Atividade 8

Resolução dos exercícios obrigatórios, feita por Guilherme de Abreu Barreto[1].

Capítulo 14.2

Exercício 19

Determine o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:

$$\lim_{(x,y,z)\to(\pi,\theta,1)} e^{y^2} \tan(xz)$$

Resolução

O limite existe pois a função está definida para $x = \pi$, $y = \theta$ e $z = 1$:

$$\lim_{(x,y,z)\to(\pi,\theta,1)} e^{y^2} \tan(xz) = e^{\theta^2} \tan(\pi) = e^{\theta^2} \cdot 0 = 0 = e^{y^2} \tan(xz)$$

Exercício 31

Determine o maior conjunto no qual a função é contínua:

$$F(x,y) = \frac{1 + x^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2}$$

Resolução

$$\frac{1 + x^2 + y^2}{1 - x^2 - y^2} = \frac{1 + x^2 + y^2}{1 - (x^2 + y^2)}$$

Assim, A função $F(x,y)$ está definida para $\{(x,y) : x^2 + y^2 \neq 1\}$, sendo o domínio da função o maior conjunto contínuo de valores para a mesma.

Capítulo 14.3

Exercício 45

Use a definição de derivadas parciais como limites 4 para encontrar $f_x(x,y)$ e $f_y(x,y)$ em

$$f(x,y) = xy^2 - x^3y$$

Resolução

$$f_x(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)y^2 - (x+h)^3y - xy^2 + x^3y}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{xy^2} + hy^2 - \cancel{x^3y} - 3x^2hy - 3xh^2y - h^3y - \cancel{xy^2 + x^3y}}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(y^2 - 3x^2y - 3xhy - h^2y)}{\cancel{h}} = y^2 - 3x^2y \blacksquare$$

$$f_y(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{x(y+h)^2 - x^3(y+h) - xy^2 + x^3y}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{xy^2} + 2yhx + h^2x - \cancel{x^3y} - x^3h - \cancel{xy^2 + x^3y}}{h}$$
$$= \lim_{h\to 0} \frac{\cancel{h}(2yx + hx - x^3)}{\cancel{h}} = -x^2 + 2xy \blacksquare$$

Exercício 65

Determine a derivada parcial f_{xyz} para $f(x,y,z) = e^{xyz^2}$.

Resolução

$$f_x = e^{xyz^2} \cdot yz^2 \implies$$
$$f_{xy} = e^{xyz^2} \cdot z^2 + e^{xyz^2} \cdot xyz^4 \implies$$
$$f_{xyz} = \left(e^{xyz^2} \cdot 2z + e^{xyz^2} \cdot 2xyz \cdot z^2\right) + \left(e^{xyz^2} \cdot 4xyz^3 + e^{xyz^2} \cdot 2xyze^{xyz^2} \cdot xyz^4\right)$$
$$= e^{xyz^2}\left(2z + 6xyz^3 + 2x^2y^2z^5\right) \blacksquare$$

---

1. nUSP 12543033; Turma 04 ↩