Integrais impróprias

Do tipo 1

> Possui assíntota horizontal

Se $\int_a^t f(x)\ dx$ existe para cada número $t \geq a$, então

$$\int_a^\infty f(x)\ dx = \lim_{t\to\infty} \int_a^t f(x)\ dx$$

desde que o limite exista (como número). O mesmo caso é verdadeiro se f for definida entre $[-\infty, a]$ (*tende ao infinito pela esquerda*).

Do tipo 2

> Possui assintota vertical

Se f é contínua em $[a, b)$ e descontínua em b, então

$$\int_a^b f(x)\ dx = \lim_{t\to b^-} \int_a^t f(x)\ dx$$

O mesmo caso é verdadeiro se f for definida entre $(a, b]$ (*descontínuo pela esquerda*).

Convergência

Integrais impróprias são chamadas **convergentes** se os limites correspondentes existem ou, senão, **divergentes**.

Teorema de comparação

Suponha f e g, duas funções contínuas com $f(x) \geq g(x) \geq 0$ para $x \geq a$.

- Se $\int_a^\infty f(x)\ dx$ é **convergente**, $\int_a^\infty g(x)\ dx$ também o é;
- Se $\int_a^\infty g(x)\ dx$ é **divergente**, $\int_a^\infty f(x)\ dx$ também o é.