Resolução da Lista 5 da disciplina de Matemática Discreta

Feita por Guilherme de Abreu Barreto[1]

2. Expressões booleanas

1.

a. $\alpha(a,b) = (ab+ab')(a'+b) = \cancel{aba'} + abb + \cancel{ab'a'} + \cancel{ab'b} = ab$
$\therefore \alpha(0,0)=0,\ \alpha(0,1)=0,\ \alpha(1,0)=0,\ \alpha(1,1)=1$

b. $\beta(a,b) = (a+ab+b)(a+b') = (a+b)(a+b') = a+ab+ab+ab'$
$= a \therefore \beta(0,0)=0,\ \beta(0,1)=0,\ \beta(1,0)=1,\ \beta(1,1)=1$

c. $\gamma(a,b,c) = (a+b+c)(a'+b'+c') = \cancel{aa'} + ab' + ac' + ba' + \cancel{bb'}$
$+bc' + ca' + cb' + \cancel{cc'}$

Sempre que algum elemento igualar a 1 e outro a 0, esta expressão será equivalente à 1 e, senão, à 0.

d. $\delta(a,b,c) = (a+b'c)(b+c') = ab + ac' + \cancel{b'ab + b'cc'} = a(b+c')$
$\therefore \delta(0,0,0)=0,\ \delta(0,0,1)=0,\ \delta(0,1,0)=0,\ \delta(0,1,1)=0,$
$\delta(1,0,0)=1,\ \delta(1,0,1)=0, \delta(1,1,0)=1, \delta(1,1,1)=1$

2.

a. e, ab, f

b. d, a, b

c.

- $\gamma(1,e,a) = 1b + \cancel{0e} + ef + ba + \cancel{a0} + f1 = b+f$
- $\gamma(a,b,e) = ae + fb + bb + ee + ef + ba = b+e = 1$
- $\gamma(1,f,0) = 1a + \cancel{0f} + f1 + \cancel{a0} + \cancel{00} + 11 = a+f = 1$

d.

- $\delta(e,c,1) = e(c+0) = ec$;
- $\delta(1,a,b) = 1(a+e) = a+e$
- $\delta(f,d,d) = f(d+c) = f1 = f$

e. ae, $e(a+0)(\cancel{be}+\cancel{eb}+bd+ec+ce+db)=ea(bd+ce)=\cancel{abde}+ac=ac$

3.

a. $a(ab'+a'b)=ab'+\cancel{aa'b}=ab'$

b. $a(a'+b')'=a(ab)=aab=ab$

c. $(a+b)(b+c)(c+a)=(\cancel{ab}+ac+b+bc)(c+a)=$
$ac+bc+\cancel{bc}+\cancel{ac}+ab+abc=ab+bc+ca$

d. $abc(a+b)=abc+abc=abc$

e. $(a+b)'(a'b)'=a'b'(a+b')=a'b'$

4.

a. $(a'+b)'+bc'=ab'+bc'=ab'c+ab'c'+abc'+a'bc'$

b. $(a+b+c)(a'+b+c)=$
$\cancel{aa'}+ab+ac+ba'+b+bc+a'c+\cancel{bc}+c=$
$ab+ac+b+c+a'c=$
$ac+b+c=$
$abc+ab'c+abc'+a'bc+a'bc'+a'b'c$

c. $(a+b'+c)(a'+b+c)=$
$\cancel{aa'}+ab+ac+b'a'+b'c+a'c+bc+c=$
$ab+b'a'+c=$
$abc+abc'+ab'c+a'b'c'+a'bc+ab'c$

d. $b(a+bc')=ab+bc'=abc+abc'+a'bc'$

e. $(a'+b)'(a+b')+ac'=$
$ab'(a+b')+ac'=ab'+ac'=$
$ab'c+ab'c'+abc'$

5.

a. $(\overline{A\cup B})\cap(B\cup\overline{C})\equiv(a+b)'(b+c')=(a'b')(b+c')$
$=0+a'b'c'\equiv\overline{A}\cap\overline{B}\cap\overline{C}$

b. $(\overline{B\cap C})\cap(\overline{\overline{A}\cap C})=(bc)'(a'c)'=(b'+c')(a+c')=$
$ab'+b'c'+ac'+c'=ab'+c'\equiv(A\cap\overline{B})\cup C$

6.

a. $ab + a'b' \equiv (a \equiv b)$

Mapa de Karnaugh:

	b	**b'**
a	✅	
a'		✅

Repare que este constitui uma **matriz identidade**. $\therefore a \equiv b$.

b. $abc + a'bc + ab'c + abc' \equiv (ab + bc + ca)$

****	**b'c**	**bc**	**bc'**	**b'c'**
a	✅	✅	✅	
a'		✅		

A partir desta visualização percebemos que podemos formar três pares de intersecções, justamente $(ab + bc + ca)$.

---

1. nUSP: 12543033; Turma 04 ↩