Definição de sub-espaço vetorial

Seja V um espaço vetorial sobre $\mathbb{R}$. Um **sub-espaço vetorial** W de V é um subconjunto $W \subset V$ tal que possui as mesmas propriedades de espaço vetorial (possui um elemento neutro, possui adição e multiplicação) restritas a um alguns dos elementos presentes no espaço V (senão todos).

Combinações Lineares

Tomemos um subconjunto $S = u_1, \ldots, u_n \subset V$. Indiquemos por $[S]$ o seguinte subconjunto:

$$[S] = \{a_1 u_1 + \cdots + a_n u_n \mid a_1, \ldots a_n \in \mathbb{R}\}$$

O sub-espaço $[S]$ recebe o nome de *sub-espaço gerado por* S. Cada elemento de $[S]$ é uma combinação linear de S.

Por enquanto um conjunto S seja finito, o conjunto $[S]$, exemplificado acima, abarca o produto de todos os valores de S por todos os valores em $\mathbb{R}$ e é, portanto, **infinito**.

Espaços vetoriais finitamente gerados

Um espaço vetorial V é finitamente gerado se existe $S \subset V$, S finito, tal que $V = [S]$. Por exemplo, observemos, em $\mathbb{R}^3$, o conjunto:

$$S = \{(1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1)\}$$

Onde

$$a = (1, 0, 0);\ b = (0, 1, 0);\ c = (0, 0, 1)$$

Podemos dizer que os vetores em S correspondem à, ou geram um, espaço $\mathbb{R}^3$, e $[S]$ abarca a todos os valores contidos neste.