Dimensão

Sendo V um espaço vetorial finitamente gerado.

Proposição 1: Teorema da invariância

Para quaisquer bases B que V possa vir a ter, estas possuem um mesmo número de vetores. Esta quantidade invariável de vetores denomina-se a *dimensão* (finita) de V (notação: $\dim V$).

Decorre da definição que:

- $\dim \mathbb{R}^2 = 2$
- $\dim \mathbb{R}^n = n$
- $\dim M_{m \times n}(\mathbb{R}) = m \cdot n$
- $\dim P_n(\mathbb{R}) = n + 1$
- $\dim e = 0$

Proposição 2: Teorema do completamento

Seja a dimensão de V um valor $n \geq 1$, e S um subconjunto de V contendo $r < n$ vetores u. Então existem $n - r$ vetores em V que necessitam ser acrescidos à S para que este subconjunto possa descrever uma base $B = \{u_1, \ldots, u_r, \ldots, u_n\}$ de V.

Proposição 3

Todo sub-espaço vetorial de um espaço finitamente gerado também é finitamente gerado.

Proposição 4

Seja W um sub-espaço vetorial de V. Se $\dim W = \dim V$, então $W = V$.