Derivadas Parciais

Se f é uma função de duas variáveis (x, y), suas derivadas parciais são as funções f_x e f_y definidas por

$$f_x(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{f[(x+h),y] - f(x,y)}{h}$$

$$f_y(x,y) = \lim_{h\to 0} \frac{f[x,(y+h)] - f(x,y)}{h}$$

Outras notações utilizadas para derivadas parciais:

$$f_x(x,y) = f_x = \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) = \frac{\partial z}{\partial x} = f_1 = D_1 f = D_x f$$

Onde $z = f(x,y)$ e o numerador 1 é um índice que indica a primeira variável do par ordenado.

Regra para determinar Derivadas Parciais de $\mathbf{z = f(x,y)}$

1. Para determinar f_x, trate y como uma constante e derive $f(x,y)$ com relação a x.
2. Para determinar f_y, trate x como uma constante e derive $f(x,y)$ com relação a y.

Derivadas de Ordem Superior

Se f é uma função de duas variáveis, suas derivadas parciais f_x e f_y são funções de duas variáveis, de modo que podemos considerar novamente suas derivadas parciais$(f_x)_x$, $(f_x)_y$, $(f_y)_x$ e $(f_y)_y$, chamadas **derivadas parciais de segunda ordem** de f. Se $z = f(x,y)$, usamos a seguinte notação, por exemplo:

$$(f_x)_x = f_{xx} = f_{11} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

Teorema de Clairaut

Suponha que f seja definida em uma bola aberta D que contenha o ponto (a,b). Se as funções f_{xy} e f_{yx} forem ambas contínuas em D, então

$$f_{xy}(a,b) = f_{yx}(a,b)$$