

# Mécanique du point - TD 1

## NON CORRIGÉ

Timéo Pochin

September 26, 2021

### Exercice 1

a)

$$\begin{aligned}\vec{u} \wedge \vec{v} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 \cdot 6 - 5 \cdot 3 \\ 4 \cdot 3 - 1 \cdot 6 \\ 1 \cdot 5 - 4 \cdot 2 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= -3\vec{e}_x + 6\vec{e}_y - 3\vec{e}_z\end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned}\vec{v} \wedge \vec{u} &= \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 \cdot 3 - 2 \cdot 6 \\ 1 \cdot 6 - 4 \cdot 3 \\ 4 \cdot 2 - 1 \cdot 5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix} \\ &= 3\vec{e}_x - 6\vec{e}_y + 3\vec{e}_z\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{v} &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \\ &= 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 3 \cdot 6 \\ &= 32\end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot (\vec{u} \wedge \vec{v}) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= 1 \cdot -3 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot -3 \\ &= 0\end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned}\|\vec{u}\| &= \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} \\ &= \sqrt{14}\end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned}\|\vec{u} + \vec{v}\| &= \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \right\| \\ &= \left\| \begin{pmatrix} 5 \\ 7 \\ 9 \end{pmatrix} \right\| \\ &= \sqrt{5^2 + 7^2 + 9^2} \\ &= \sqrt{155}\end{aligned}$$

g)

$$\begin{aligned}
 (\vec{u} \wedge \vec{v}) \wedge \vec{w} &= \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 6 \cdot 9 - 8 \cdot -3 \\ 7 \cdot -3 - 9 \cdot -3 \\ -3 \cdot 8 - 7 \cdot 6 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 78 \\ 6 \\ -66 \end{pmatrix} \\
 &= 78\vec{e}_x + 6\vec{e}_y - 66\vec{e}_z
 \end{aligned}$$

h)

$$\begin{aligned}
 \vec{u} \wedge (\vec{v} \wedge \vec{w}) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \left( \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right) \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 5 \cdot 9 - 8 \cdot 6 \\ 7 \cdot 6 - 4 \cdot 9 \\ 4 \cdot 8 - 7 \cdot 5 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2 \cdot -3 - 6 \cdot 3 \\ -3 \cdot 3 - 1 \cdot -3 \\ 1 \cdot 6 - -3 \cdot 3 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -24 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix} \\
 &= -24\vec{e}_x - 6\vec{e}_y + 12\vec{e}_z
 \end{aligned}$$