

Física de partículas II

Física Nuclear y Subnuclear

20 de febrero de 2024

Conservaciones y simetrías

Conservaciones

Si pensamos en un sistema cuántico descrito por el Hamiltoniano H independiente del tiempo, tal que:

$$-i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}\Psi \quad (1)$$

De su curso de cuántica recordarán como se obtiene el valor esperado de una observable y como calcular la derivada en el tiempo de esa observable. A partir de ese cálculo se obtiene la relación de conmutación con \mathbf{H} . Si el operador de la observable conmuta con el Hamiltoniano sabemos que entonces que el valor esperado se conserva en el tiempo.

$$[\mathbf{H}, \mathbf{A}] = 0 \rightarrow \frac{d}{dt} \langle A \rangle = 0$$

Y por lo tanto comparten valores propios con el Hamiltoniano, es decir, la energía.

Para los casos que hemos visto, más aplicados, debemos ver como suceden estas conservaciones. Empecemos por la carga, suponemos un operador \mathbf{Q} con valor propio q

$$\mathbf{Q}\Psi = q\Psi.$$

Hemos jugado un poco con el lenguaje al hablar de cantidades conservadas e invariancia de norma. Si una función de onda tiene una invariancia de norma, y es aplicada a un operador con una conservación asociada, aún haciendo el cambio de norma tenemos una conservación, pues la ecuación sigue cumpliendo la misma ecuación de Schrödinger. Por ejemplo:

$$\Psi' = e^{i\epsilon Q}\Psi,$$

aplicado en la ecuación de Schrödinger y arreglando un poco los términos se puede llegar al mismo término de conmutador para \mathbf{Q} con el Hamiltoniano. Así se muestra que si el operador de carga conmuta con el Hamiltoniano, no sólo se conserva la carga, además se cumple la invariancia de norma. Es equivalente decir que se conserva la carga a que hay invariancia de norma, y es una conservación aditiva.

A diferencia de la carga la conservación del número bariónico no se puede traducir a los operadores cuánticos ¿cuál es el campo asociado a la conservación de bariones? El nuclear fuerte no es pues también actúa sobre mesones y estos no se conservan. Puede que esta simetría no sea tan exacta, pero al momento no se han visto indicios de su violación. Lo que sabemos es de la observación experimental.

Isospín

Si ya han revisado a consciencia las tablas de partículas notarán que el protón y el neutrón tienen ciertas similitudes, en un principio, antes de proponer que los bariones y mesones estaban conformados de cuarks se consideró que si pudieramos apagar la interacción electromagnética el protón y el neutrón serían indistinguibles. Esto es equivalente a decir que la interacción fuerte es independiente de la carga.

Por ello, a semejanza del espín que si no se ponen las partículas en un campo magnético no es posible ver la diferencia en proyecciones, se supuso que si no se ponían los hadrones (bariones y mesones por igual) en un campo eléctrico no se vería la diferencia entre protón y neutrón, entre π^+ , π^- y π^0 , entre K^+ y K^0 , así como otras partículas con el mismo símbolo y distinto signo.

En la tabla se listan las partículas, su valor de isospín y su proyección.

Partícula	I	I_3
p	1/2	1/2
n	1/2	-1/2
π^+	1	1
π^0	1	0
π^-	1	-1
K^+	1/2	1/2
K^0	1/2	-1/2
Σ^+	1	1
Σ^0	1	0
Σ^-	1	-1

Cuadro 1: Valores de isospín y su proyección para hadrones

El isospín se conserva sólo en interacciones fuertes, que es en el marco que se considera que existe.

Relación Gell-Mann-Nishima

¿Cómo se relacionan los números cuánticos de hadrones con su carga?

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = I_3 + \frac{B - S}{2}, \quad (2)$$

donde Y es la hipercarga fuerte, que es la resta del número bariónico menos la extrañeza¹.

¹Si revisan el libro de Das y Ferbel verán que la hipercarga la define como la suma del número bariónico y la extrañeza, eso se debe a que tomo el valor de extrañeza como se le había asociado históricamente, -1 si contenía el cuark s y 1 si contenía el cuark \bar{s} , nosotros

De esa relación y con los valores de las cargas de los cuarks se puede obtener también el valor de I_3 de la forma:

$$I_3 = \frac{1}{2}(N_u - N_d) \quad (3)$$

Resonancias

Enrico Fermi es recordado como uno de los experimentales que le dieron forma a la física nuclear y física de partículas experimental. A él y su equipo también se debe el estudio de las resonancias hadrónicas, similar a los estados excitados atómicos y los estados excitados nucleares (que pronto veremos) los hadrones pueden tener estados excitados de corta duración ($\sim 10^{-23} \text{sec.}$).

En particular el equipo de Fermi encontró la resonancia $\Delta(1234)$ que es un estado excitado de una colisión $\pi - N$ (pión-nucleón), iniciando la metodología para el estudio de las resonancias hadrónicas, los estudios de *formación* o *canals*. Se inducen colisiones de piones con nucleones y la energía se va aumentando viendo distintos resultados (la s se refiere a la energía en el sistema centro de masa).

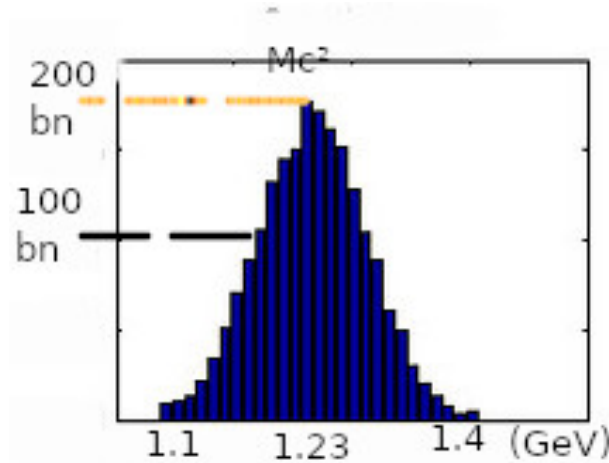


Figura 1: Esquema de la sección eficaz de las colisiones $\pi - N$ a bajas energías. Imagen adaptada de: "case3b" por Samuel Foucher con licencia CC BY-SA 2.0

En la figura 1 se muestra como cambia la sección eficaz total del nucleón bombardeado por piones respecto a al energía de centro de masa. La distribución es una lorentziana². En la figura se asemeja a una gaussiana, sólo recuerden que realmente es una lorentzina (o distribución de Cauchy).

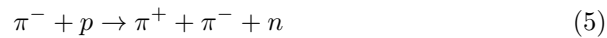
tomamos la convención contraria. Pero además Si revisan el libro de Martin y Shaw, también toma en cuenta el encanto, la *bottomnes* y la *topnes*, que no sé como se diga, pero nosotros nos quedamos hasta extrañeza.

²Una lorentziana se parece a una gaussiana pero de cola más larga, sin llegar a una distribución de Landau

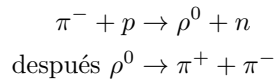
Esta distribución asocia una incertidumbre en la determinación de la masa de la partícula que aparece, eso quiere decir que la partícula tiene un tiempo de vida media muy corto, dado por el FWHM (*Full Width at Half Maximum*, el ancho de la distribución a la mitad de su máxima altura), $\Gamma_{\Delta}c^2$ de la siguiente forma:

$$\tau_{\Delta} \approx \frac{\hbar}{\Gamma_{\Delta}c^2} \approx \frac{6,6 \times 10^{-22} MeV - sec}{100 MeV} \approx 10^{-23} segundos \quad (4)$$

Otra resonancia es el mesón ρ^0 (u, \bar{u} o d, \bar{d}), a diferencia del caso pasado se descubrió en experimento rico en producción de piones, por ejemplo en la siguiente interacción:



Que tiene un paso intermedio en el que produce la ρ^0 (como esta última es una resonancia tiene un tiempo de vida media corto, si no se toma la medida en el tiempo preciso no se ve la partícula y esta a su vez decae en piones, teniendo como resultado lo que se ve en 5), ese paso intermedio se ve:



Este decaimiento intermedio provoca que el par $\pi^{+} - \pi^{-}$ mantengan una correlación, con respecto a su energía y momento, que deben ser derivados de la conservación de los mismos del ρ^0 . Es aquí, al ver esas características de correlación, que se sabe que hay una partícula intermedia, una resonancia.

¿Porqué la distribución de la sección eficaz tiene esa forma? Quizá esto se les haga conocido de un estado cuántico en decaimiento.

$$\psi \propto e^{\frac{ic^2}{\hbar}(M_0 - i\frac{\Gamma}{2})t}, t > 0,$$

donde se distingue el tiempo de vida media del decaimiento exponencial dado por:

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma c^2}. \quad (6)$$

Transformaciones discontinuas

Paridad

La simetría por paridad se entiende mejor como la simetría por reflexión, se tomó como un hecho obvio que los fenómenos físicos se mantenían inmutables si se reflejaba el sistema como en un espejo. Pero era una suposición sin fundamento.

En 1956 Lee y Yang mostraron que no había evidencia experimental de la conservación de la paridad en interacciones débiles, aunque sí en interacciones electromagnéticas y fuertes.

Los vectores polares cambian de signo bajo la operación de paridad:

$$\mathbf{P}(x, y, z) = (-x, -y, -z),$$

pero los vectores axiales quedan igual

$$\mathbf{P}(\vec{u} \times \vec{v}) = \vec{u} \times \vec{v}.$$

Regresando al formalismo de la mecánica cuántica, al aplicar la paridad sobre la función de onda que describe a un sistema:

$$\mathbf{P}\Psi(x) = \Psi(-x)$$

De ahí se puede ver que al aplicarse dos veces se regresa a la función de onda original, es decir $\mathbf{P}^2 = \mathbf{I}$.

Asumiendo que la paridad es invariante

$$[\mathbf{H}, \mathbf{P}] = 0,$$

Esto implicaría que tanto el estado definido por $\Psi(x)$ como por $\mathbf{P}\Psi(x)$ tiene el mismo valor propio, ya que al conmutar no importa el orden de aplicación del Hamiltoniano y el operador paridad, dando en ambos casos el mismo valor propio referente a la energía. En ese caso el estado con ese valor propio de Hamiltoniano estaría degenerado, o ambas funciones de onda representan al mismo estado para evitar la degeneración. En el segundo caso, entonces los estados deberían ser proporcionales

$$\Psi(\mathbf{x}) = \eta_P \Psi(x),$$

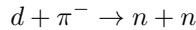
donde podemos identificar η_P con el valor propio del operador \mathbf{P} . Si aplicar este operador dos veces nos lleva a la identidad, entonces la única opción es que $\eta_P = \pm 1$.

Decimos que la función de onda tiene una paridad par si tiene $\eta_p = +1$, e impar si $\eta_p = -1$.

$$\begin{aligned} \eta_p(\text{estado inicial}) &= \eta_p(a)\eta_p(b)\eta_p(\text{movimiento relativo}) \\ \text{función de onda } \eta_p(\text{estado inicial}) &= \eta_p(a)\eta_p(b)(-1)^\ell \end{aligned} \quad (7)$$

Para asociar una paridad a cada partícula elemental debemos partir de un valor base. Demos al protón una paridad intrínseca positiva, $\eta_p = +1$ y de ahí partamos para definir el resto.

Empecemos por el caso de la captura de un π^- por un deuterio



Para revisar la conservación de la paridad, ya que es una conservación multiplicativa, debemos ver que hay de cada lado, como se muestra a continuación:

$$\eta_P(d)\eta_p(\pi^-)(1)^\ell = \eta_P(n)\eta_P(n)(1)^{\ell'}$$

Haciendo el análisis, que no haré aquí, se llega a dos posibilidades, o que ambos neutrón y protón tienen la misma paridad, o son los protones y los piones negativos los que tienen la misma paridad. Pero si ya emparentamos tanto

al neutrón y el protón por medio del isoespín, que mejor que seguirlo haciendo, asignándoles la misma paridad, entonces la paridad de neutrón también es par. Por ende, la del pión negativo es impar, lo que lo convierte en un mesón *pseudoscalar*.

De esta forma se puede continuar determinando las paridades de las demás partículas, tomando en cuenta que por las características de las conservaciones aditivas no es posible determinar la paridad de sistemas con partículas de carga distinta.

Partícula	Paridad
p	+
n	+
π^-	-
γ	-
W^\pm	-
Z	-
Λ	+

Cuadro 2: Tabla de algunas partículas y sus paridades intrínsecas asociadas

1. Conjugación de carga

Partimos de la idea que dio origen a nuestro conocimiento de las antipartículas, la ecuación de Dirac. De acuerdo a ella existe la posibilidad de partículas que viajan en dirección contraria en el tiempo. Para no ponernos muy estilo ciencia ficción lo que identificamos con esa dirección inversa del tiempo son las antipartículas. Pero si hubiera una manera de cambiar partículas por antipartículas ¿las conservaciones, la física, sería la misma?

Para convertir una partícula a una antipartícula no basta con conjugar la carga, hay otros números cuánticos, sobre todo aditivos, que deben ser cambiados. Si una partícula es representada por el *ket* $|q_{gen}\rangle$, la operación conjugación podría representarse de la siguiente manera:

$$\mathbf{C}|q_{gen}\rangle = |-q_{gen}\rangle,$$

es decir, los signos de los números cuánticos aditivos internos son cambiados (carga, número leptónico por familia, número bariónico, etc.) pero el momento y el espín no cambian.

Este operador de conjugación se comporta similar al de paridad, si es aplicado dos veces se regresa a la partícula original (la antipartícula de la antipartícula es la partícula), es decir $\mathbf{C}^2 = \mathbf{I}$. Si ese es el caso cuál sería el valor esperado. Pues si es una invariante, entonces el operador \mathbf{C} debe conmutar con el operador \mathbf{Q} , y de ser así compartirían el valor propio q . Pero resulta que no conmutan, no hay invariancia en la conjugación salvo los casos de partículas o sistemas de partículas completamente neutros (no sólo de carga, de todos sus números cuánticos aditivos).

Pero aún en esos casos, en interacción débil se rompe la invariancia. Un caso emblemático son el neutrino y antineutrino que tienen distinta helicidad, de ser invariante la conjugación deberían tener la misma.

2. Inversión del tiempo

La operación de inversión de tiempo funcionaría como:

$$\begin{aligned}t &\xrightarrow{\mathbf{T}} -t \\ \vec{x} &\xrightarrow{\mathbf{T}} \vec{x} \\ \vec{p} &\xrightarrow{\mathbf{T}} -\vec{p} \\ \vec{J} &\xrightarrow{\mathbf{T}} -\vec{J}\end{aligned}$$

En mecánica clásica y electrodinámica clásica las ecuaciones son invariantes. El Hamiltoniano cuántico es invariante siempre y cuando consideremos que la inversión de tiempo produce que la función de onda se convierta en su complejo conjugado. Pero no puede haber valores propios.

3. Interacciones y violaciones

Interacción electromagnética

La ventaja de la interacción electromagnética en el estudio de las partículas subatómicas es que podemos hacer aproximaciones clásicas, la teoría electromagnética es una ya muy estudiada y cuya estructura sirve de modelo a las otras dos fuerzas fundamentales que tratamos.

En este punto el estudio cuántico es a partir de teoría de perturbaciones, no nos detendremos en eso pues seguro recuerdan sus cursos de cuántica.

Para hacer un tratamiento riguroso del tema a esta altura se nos complica, podemos hacer el análisis cuántico como ya hemos mencionado, pero al tratar con fotones y partículas energéticas estamos en los terrenos relativistas, lo que requiere agregar una complicación a las ecuaciones, y es que se llega a la electrodinámica cuántica, muy lejos de los fines introductorios de este curso.

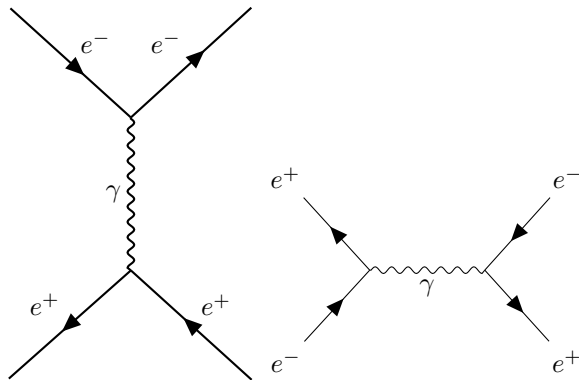
Con toda la cinemática de las partículas cargadas además podemos hacer estudios de radiación multipolar, sepan que existe.

Dispersión electromagnética de leptones

La dispersión de Møller es la dispersión de un electrón por un electrón, la dispersión de Bhabha es la de un electrón por un positrón:

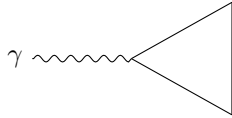
$$\begin{aligned}e^- + e^- &\rightarrow e^- + e^- \\ e^- + e^+ &\rightarrow e^- + e^+\end{aligned}$$

Ambos son procesos puramente electromagnéticos, no hay decaimientos ni cambios de sabor. Para el segundo caso hay dos posibilidades de diagramas de Feynman, una es el término de intercambio de fotón y otro el de aniquilación.



Interacciones fotón-hadrón y mesones mediadores

¿Puede suceder que un fotón decaiga en un par hadrón anti-hadrón, tal como lo hace con los leptones?



Sakurai propuso en 1960 que esos dos hadrones deberían estar fuertemente acoplados y formar un mesón vectorial, así el fotón se convertiría en un mesón vectorial.

Estos mesones son ρ^0 , ω^0 y ϕ^0 .

En estas interacciones debe conservarse extrañeza, paridad y conjugación.

Interacción débil

Interacción electrodébil también, pues pueden unificarse ambas fuerzas fundamentales. A bajas energías pueden verse como separadas, pero a altas energías deben verse como una sola.

Regresemos un poco en la historia: de los decaimientos nucleares conocemos tres tipos de partículas emitidas, α , β y γ . El estudio posterior nos dijo que los rayos β son electrones, los α núcleos de helio y los γ fotones de muy alta energía. Pero si son interacciones nucleares ¿cómo es que salen electrones y fotones del núcleo? Un núcleo más ligero, como es el del helio, podría salir de una recombinación de protones y neutrones, pero no así un electrón y un fotón. Además de otro hecho extraño, el espectro de energías de los electrones que salían de los núcleos no está cuantizado.

Los decaimientos β^- y β^+ se ven de la siguiente manera:

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (8)$$

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e, \quad (9)$$

el primero ya es un conocido de tiempo atrás, pero seguro el segundo si revisan pareciera que no es posible, **¡pero sí es posible!**. Ya saben, incertidumbre de Heisenberg y la posibilidad de la violación de la energía por un instante debido a cambios en la energía de enlace dentro del núcleo.

Aquí es donde entra la interacción débil.

Pauli propuso la existencia de partículas neutras de masa cercana a cero, Fermi tomó las ideas para explicar que el espectro de energías de electrones derivados de decaimientos nucleares es continuo. Esto se debe a que en toda interacción nuclear donde aparezca un electrón debe salir acompañado de un neutrino (ahora sabemos que es el anti neutrino del electrón), entre los dos se dividen la energía de tal forma que aparece continua para el electrón. El neutrino en el momento fue una conjetura teórica, pues por su carga cero y su masa casi nula era indetectable, hoy en día sabemos de su existencia experimental.

Tengan muy presente los anteriores decaimientos, va a ser muy útiles en la sección de física nuclear, ahí fue donde se descubrió la interacción débil y es sumamente útil.

¿Cómo detectamos los neutrinos si no tienen carga y casi no tienen masa? Por medio de los procesos inversos, decaimientos β inversos

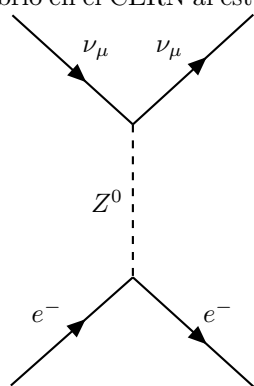
$$\nu_e + n \rightarrow p + e^-, \quad (10)$$

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+, \quad (11)$$

Pero las secciones eficaces de estas interacciones son pequeñísimas, se requieren flujos muy grandes para detectarlos.

¿Qué pasa con Z^0 ?

El bosón de norma Z^0 recibe el nombre de corrientes neutras débiles, se descubrió en el CERN al estudiar la dispersión elástica de neutrinos y antineutrinos



Es el diagrama de Feynman de la interacción

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^-$$

Este tipo de interacción no sería posible por medio de un fotón, pues el neutrino no es cargado, y tampoco por medio del bosón W^\pm , pues violaría conservación de carga.

Procesos leptónicos

Sólo incluyen leptones, suelen ser los procesos débiles más comunes, como el decaimiento de los leptones μ y τ , así como las recién vistas dispersiones elásticas de neutrinos con electrones, muones o tauones.

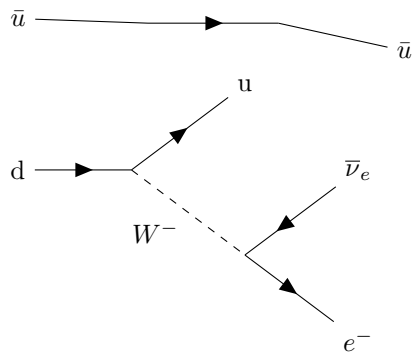
$$\mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^+ + \nu_e$$

$$\nu_\tau + e^- \rightarrow \nu_\tau + e^-$$

Procesos semileptónicos

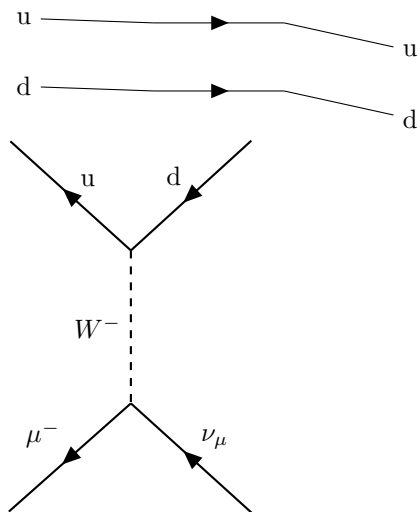
Los procesos semileptónicos son aquellos en los que tenemos cambio de sabor de cuarks, corrientes hadrónicas, y leptones resultantes, corrientes leptónicas. Algunos ejemplos:

$$\pi^- \rightarrow \pi^0 + e^- + \bar{\nu}_e \quad (12)$$



Estos decaimientos semileptónicos suceden en energías muy bajas, como ya les he mencionado en las notas pasadas o si no al menos en clase la fuerza nuclear débil es la de menor magnitud, y por ello es la menos probable. Pero si queremos hacer un estudio experimental es importante hacer el estudio en el mayor rango de energías ¿cuáles serían los procesos semileptónicos de mayor energía? Serían las reacciones semileptónicas inducidas por neutrinos, por ejemplo:

$$\nu_\mu + n_{udd} \rightarrow \mu^- + p_{uud} \quad (13)$$



También los procesos semileptónicos con corrientes neutras son posibles:

$$\nu_\mu + p \rightarrow \nu_\mu + p \quad (14)$$

Pero los procesos con Z^0 no pueden cambiar extrañeza, nunca se han visto procesos del tipo: $\Lambda^0 \rightarrow n + e^+ + e^-$.

Procesos hadrónicos

Ya hemos visto algunos:

$$\begin{aligned} K^+ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^- \\ &\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0. \end{aligned}$$

La mayoría de procesos hadrónicos de la interacción débil implican que la extrañeza cambia en una unidad, es una violación posible, pero lo extraño es que no se han visto interacciones hadrónicas donde la extrañeza no cambie. No es que sea obligatorio violar extrañeza en procesos débiles, pero los procesos que conservan extrañeza suceden por canales más probables, por fuerzas de mayor magnitud, procesos nucleares fuertes o electromagnéticos.

Violaciones

Los decaimientos débiles son importantes para la producción de leptones, por ejemplo para producir un muón podemos partir de un tau por un decaimiento débil, claro que el tau es una partícula aún más rara. Otro canal importante para la producción de muones es el decaimiento de piones cargado, por ejemplo:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad (15)$$

Imaginando que el π^+ se queda detenido y entonces decae, es de esperar que el momento del μ^+ y de ν_μ sea contrario con respecto al centro de masa, al igual que su momento angular. Pero eso no pasa, hay violación de paridad.

Imaginemos un operador \mathbf{P} que lo que hace es reflejar un vector con respecto a una coordenada, como si reflejaramos en un espejo el vector. Así si tengo los vectores \vec{r} y \vec{p} apuntando de izquierda a derecha, al reflejarlos por medio del operador \mathbf{P} apuntarían de derecha a izquierda, es decir:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(\vec{r}) &= -\vec{r} \\ \mathbf{P}(\vec{p}) &= -\vec{p} \end{aligned}$$

Pero si queremos sacar la proyección del vector $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ esperaríamos también un vector en dirección completa contraria, pero si lo hacemos de la forma:

$$\mathbf{P}(\vec{L}) = \mathbf{P}(\vec{r}) \times \mathbf{P}(\vec{p}) = (-\vec{r}) \times (-\vec{p}) = (\vec{r}) \times (\vec{p}) = \vec{L} \quad (16)$$

Es decir que el vector \vec{L} no se ve alterado por el operador paridad, podemos hablar de una paridad par o positiva, y una paridad impar o negativa.

$\mathbf{P}\square = +\square$ paridad positiva o par

$\mathbf{P}\square = -\square$ paridad negativa o impar

¿Podemos asociar una paridad intrínseca a las partículas subatómicas? Sí, ya como habrán visto en cuántica las funciones de onda tienen paridades asociadas y como una partícula puede definirse por una función de onda, entonces se le puede asociar una paridad.

Primero partimos de una propiedad para sistemas de más de una partícula $a + b \rightarrow c + d$

$$\mathbf{P}|\text{estado inicial}\rangle = \mathbf{P}(|a\rangle)\mathbf{P}(|b\rangle)\mathbf{P}(|\text{movimiento relativo}\rangle) \quad (17)$$

Dado que el operador paridad tiene un valor propio ± 1 , que llamaremos η_p , la expresión 17 se convierte en:

$$\begin{aligned} \eta_p(\text{estado inicial}) &= \eta_p(a)\eta_p(b)\eta_p(\text{movimiento relativo}) \\ \text{función de onda } \eta_p(\text{estado inicial}) &= \eta_p(a)\eta_p(b)(-1)^\ell \end{aligned} \quad (18)$$

Partimos de definir la paridad del protón como positiva y de ahí vamos viendo que sale para cada partícula usando la relación 18 y su relación con algunos núcleos característicos. Como no deseo adelantarme a la parte de nuclear no veremos esto a detalle si no hasta ese momento.

La paridad del neutrón también queda positiva y la del π^- se hace negativa, por lo que llamamos a esta partícula un pseudo escalar, lo mismo que el π^0 y π^+ .

Para bosones y fermiones tiene distintas características la paridad. La paridad de bosones y antibosones es la misma, pero la paridad cambia para antifermiones.

En los decaimientos débiles existe violación de paridad.

De igual forma la extrañeza en interacciones débiles se viola, puede cambiar en ± 1 .

3.0.1. Decaimientos débiles en cuarks

Si recuerdan la tabla de cuarks están distribuidos de acuerdo a su familia y a su masa, yendo del más ligero, arriba a la izquierda, al más pesado, abajo a la derecha. Este acomodo nos ayuda a vislumbrar los posibles decaimientos, en una misma familia siempre es de abajo hacia arriba, y de una familia a otra siempre es en diagonal, de abajo hacia la izquierda, así el d puede decaer a u , el s puede decaer a c o a u y el b puede decaer a t , c o u .

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (19)$$

Otra forma de escribir estas posibilidades de decaimiento es poner una combinación de estados de los cuarks inferiores:

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Donde los estados primados estarán dados por la matriz de mezcla *Cabibbo-Kobayashi-Maskawa*, que muestra que los cuarks primados son combinaciones lineales de los cuarks originales:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad (21)$$

3.0.2. Neutrinos masivos

Para fines prácticos en los diagramas de Feynman hemos tratado a los neutrinos prácticamente sin masa, pero hay límites, que han ido aumentando, por debajo de los cuales es posible encontrar la masa de los neutrinos. Diversos experimentos han detectado distintas razones de neutrinos, ello llevó a considerar que los neutrinos sufren oscilaciones (comprobado por Superkamiokande en neutrinos atmosféricos y por SNO para neutrinos solares).

Suponemos la existencia de tres neutrinos de masas establecidas, ν_1 , ν_2 y ν_3 con m_1 , m_2 y m_3 respectivamente. Los neutrinos que conocemos que aparecen de los decaimientos débiles son combinaciones lineales de estos tres neutrinos de masa fija.

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{e1} & V_{e2} & V_{e3} \\ V_{\mu1} & V_{\mu2} & V_{\mu3} \\ V_{\tau1} & V_{\tau2} & V_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (22)$$

No se confunda con la matriz de los cuarks, aunque se parece mucho está es la matriz Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata.

Para ver que sucede con esto podemos recordar que esto es parecido a una rotación con respecto a los estado de masa, si lo reducimos a sólo dos neutrinos los valores V_{ln} los podemos ejemplificar por su parecido con una rotación respecto a un ángulo θ_{ln} , por lo que quedaría:

$$\begin{aligned} \nu_e &= \cos\theta_{12}\nu_1 + \sin\theta_{12}\nu_2 \\ \nu_\mu &= -\sin\theta_{12}\nu_1 + \cos\theta_{12}\nu_2 \end{aligned}$$

Si además le agregamos la evolución temporal, tenemos:

$$|\nu_e(t)\rangle = e^{-iE_1t/\hbar}\cos\theta_{12}\nu_1 + e^{-iE_2t/\hbar}\sin\theta_{12}\nu_2 \quad (23)$$

La probabilidad de encontrar un ν_μ en un tiempo t sería

$$\mathbb{P}_{\nu_\mu}(t) = |\langle \nu_\mu | \nu_e \rangle(t)|^2 = \sin^2\theta_{12}\sin^2\left[\frac{1}{2}\frac{(E_1 - E_2)t}{\hbar}\right] \quad (24)$$

Neutrinos de Majorana o Dirac

Empezaremos con algunos que yo creo pueden parecer escandalosos, exagero pero es para ponerle emoción al tema. Iniciamos un poco el tema hablando de la ecuación de Dirac, la ampliación relativista a la ecuación de Schrödinger que además posibilita que se pueden definir ecuaciones de onda bien portadas. Derivado de ella vimos que aparecen las antipartículas. Y parece que todas las partículas de las que hemos hablado cumplen con esta ecuación, pero resulta

que no existe ninguna prueba experimental de que los neutrinos respondan a esta ecuación.

En 1937 E. Majorana propuso una nueva ecuación de onda que si puede describir a los neutrinos, con la diferencia de que neutrino y antineutrino son indistinguibles.

Este problema con la ecuación de Dirac se traduce a que las masas de los neutrinos aún no pueden entrar en el modelo estándar, no se entiende la razón de que tengan masas tan pequeñas respecto a las demás partículas elementales. Se propone por un lado la existencia de un neutrino más masivo derivado de una teoría de gran unificación, en ese esquema las masas de los neutrinos del muón y tau son una razón de la masa de un leptón o el bosón W^\pm sobre la masa de ese neutrino masivo. Pero para que eso suceda se requiere que los neutrinos sean sus propias anti partículas, es decir, que sean neutrinos de Majorana.

Lo que tenemos ahora, donde los neutrinos son distinguibles de sus antipartículas, son los neutrinos de Dirac.

Si experimentalmente pudiéramos ver un doble decaimiento beta entonces se comprobaría que los neutrinos son de Majorana.

Interacción fuerte

A la manera de la electrodinámica cuántica (*QED*) se ha desarrollado una teoría para explicar las interacciones fuertes: la cromodinámica cuántica (*QCD*). No es que los cuarks estén relacionados con las propiedades ópticas de los materiales, si no que por la peculiaridad de ser una fuerza en la que existen tres cargas, y para llegar a un equilibrio deben estar las tres cargas juntas, se imaginó una similitud con los tres colores básicos que al juntarse dan el color blanco.

De esta forma las cargas de color son r , g y b (*red, green y blue* en inglés). ¿Porqué tres cargas? Pensemos el caso de un barión, es una partícula compuesta y sus cuarks están en un estado de equilibrio por lo regular (recordemos que hay resonancias y esas no son un estado de equilibrio), como están formadas por tres cuarks cada cuark debe tener una carga, uno tendrá carga r , otro carga g y el tercero carga b ¿Cuál tiene que carga? Cualquiera, con que se tengan las tres cargas, entonces el cuark u puede venir en tres presentaciones extras, que corresponden a cada carga.

De acuerdo, en un barión cada cuark tiene una carga distinta de color, así los tres cuarks forman el estado neutro de carga de color ¿y los mesones? Ahí sólo hay dos cuarks y deben formar un estado neutro por esto de los estados estables. Lo que sucede ahí es que en un mesón el cuark posee una carga de color, digamos g , y el anti cuark tiene una carga \bar{g} . Entonces hay carga de color y anti-carga de color, de esta forma con dos cuarks se puede llegar al estado neutro.

El fotón no posee carga eléctrica, el gluón por el contrario sí tiene carga de color, tiene una carga bicolor de color y anti-color, por ejemplo $r\bar{b}$ o $\bar{g}r$. Esto implica que la teoría de la cromodinámica cuántica sea no Abelian (no conmutativa). Dado que los gluones tienen carga entonces pueden interactuar gluones con gluones, esto hace que la teoría sea no lineal y la imposibilidad de gluones libres.

Que el gluón sea cargado provoca que en las interacciones fuertes haya cambio de color entre cuarks y gluones (nunca cambio de sabor). El confinamiento de color provoca que ninguna partícula con carga de color pueda existir libremente,

es decir, los cuarks y gluones no pueden existir libres, deben estar confinados en un hadrón sin color.

Experimentalmente nunca se han visto partículas del tipo cuark-cuark o cuark-cuark-anticuark, por ello sabemos que sólo existen hadrones de color neutro. Nos hace pensar que las fuerza es atractiva para estados sin color y repulsiva en estados con color.

Cuarks

Al analizar las anomalías en los momentos magnéticos de protones y neutrones se pensó que tenían una estructura interna, para explicar este fenómeno se propuso (Gell-Mann y Zweig en 1964) la composición de cuarks de los hadrones. A finales de la década de los sesentas, en el *SLAC*³, al estudiar la dispersión de electrones en núcleos ligeros aparecieron espectros que se podían explicar si protones y neutrones estaban formados por partículas con cargas de $-e/3$ y $2e/3$ (Frieman, Kendall y Taylor). Se dedujo la existencia de partículas puntuales, llamadas cuarks o partones.

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}. \quad (25)$$

Podemos considerar un número bariónico de $1/3$ para todos los cuarks, y $-1/3$ para anticuarks. Las cargas son de $+2e/3$ para u , c y t , de $-e/3$ para d , s y b . Esta carga fraccionaria se descubrió experimentalmente.

Mesones

Los cuarks son fermiones puntuales, para formar un mesón deben estar en tal acomodo que sus espines se acoplen.

Si en este punto hemos visto que con el cuark s se forman nuevas partículas, al tener los cuarks c , t y b abren un abanico más amplio. Por ejemplo en 1974 se descubrió el mesón de corrinete neutra $J/\psi = c\bar{c}$ (Ting y Richter).

Bariones

Por otra parte los bariones al ser fermiones requieren ser formados por un número impar de cuarks, las propiedades se ajustan a que baste con tres cuarks en su composición.

Ya hemos visto algunos ejemplos, sólo faltaría mencionar que de asignarle un número bariónico a cada cuark sería como hemos mencionado antes fraccionario y de signo contrario para anti-cuarks, pero esto es un derivado de asociar número bariónico a la partícula conjunta.

Necesidad de color

Hay un barión muy peculiar, el Δ^{++} , no tiene extrañeza asociada (no tiene un cuark s en su constitución), su carga es de $2e$ y su espín de $3/2$. Estas propiedades se pueden ver ya que está constituido como:

³*Stanford Linear Accelerator Center*, ahora Laboratorio Nacional de Aceleradores en los Estados Unidos

$$\Delta^{++} = uuu.$$

En el estado base los espines de los tres cuarks pueden apuntar todos hacia arriba, por ello su espín total es de $3/2$, pero eso nos trae un problema. Eso nos daría una función de onda para el barión, representando a tres partículas idénticas, simétrica (si cambiamos el orden de las partículas no cambiaría la función de onda). Eso no puede ser, los bariones son fermiones y no pueden tener funciones de onda simétricas.

Esto sería un colapso para la teoría, pues de ser así o esta partícula encontrada experimentalmente no puede ser descrita por ella, y tendríamos que meter parches, o toda la teoría está mal.

No sucede ninguna de esas dos cosas, lo que sucede es que hay un número cuántico asociado a los cuarks que no hemos tomado en cuenta, la carga de color. Cada uno de los cuarks puede aparecer con tres colores distintos.

$$\begin{pmatrix} u^a \\ d^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c^a \\ s^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t^a \\ b^a \end{pmatrix}, \quad a = r, g, b$$

De igual forma explica la existencia del barión

$$\Omega^- = sss$$

Valencia y mar de cuarks en hadrones

El modelo de cuarks en bariones y mesones debemos pensarlo como cuarks de valencia, en realidad los hadrones tienen muchos más cuarks constituyéndolos (un mar de cuarks), que por su disposición se van acoplando y al final aportan poco o casi nada salvo a la masa al hadrón. Los cuarks que dan sus características a cada hadrón son los de valencia, de forma similar a como los electrones de valencia dan muchas de las características del átomo, sobre todo externas.

Así los bariones son caracterizados por tres cuarks de valencia y los mesones por dos cuarks de valencia. El contenido interior queda amurallado por acoplamientos en espín y color; en ese mar también hay dispersos gluones pero no hay gluones de valencia.

Por sus características de color los gluones, aunque no pueden estar solos, si pueden unirse con otros gluones y formar *glueballs* (en español las traducen como bolas de gluones). Teóricamente puede existir, hay una evidencia que apunta a su existencia pero aún no podemos decir que exista.

De igual forma otros de esos animales imaginarios en el zoológico de partículas son los mesones formados por dos pares cuark-anticuark o mesones híbridos con un par cuark-anticuark y un gluón. La teoría no impide que existan, pero no se han encontrado, de encontrarse quizá sea abran más preguntas en otras áreas.

El pentaquark es otra de esas posibles partículas hadrónicas, que se dice detectada en algunos experimentos, pero no se han podido reproducir. Tienen cinco cuarks de valencia, tres muy similares a los de un barión, y un par cuark anticuark. Hay estudios muy recientes en esta área que apuntan a su existencia, esta es una parte del curso que necesitará su actualización de un momento a otro.

Invariancia de norma y mecanismo de Higgs

Se cree que todas las fuerzas pueden expresarse como teorías de norma, que a su vez son invariantes con respecto a la norma. Es un hecho que todas las teorías de campo para fuerzas básicas son teorías de norma. La conservación de carga, que es una conservación aditiva, es derivada de una invariancia ante una transformación global de norma, pero al agregar la dependencia para una carga no estática la ecuación de Schrödinger sigue siendo invariante incluso para una transformación local de norma. Si recuerdan esta invariancia se asocia a la libertad parcial de elegir el potencial electromagnético.

LA invariancia de norma dicta la forma de la interacción y campos vectoriales sin masa. Para que la ecuación de Schrödinger se mantenga invariante ante transformaciones de norma requiere de un potencial vectorial (A_0, \mathbf{A}) . Para verlo más claro para una transformación de norma local se define una norma covariante (derivaciones covariantes):

$$D_\mu = (D_0, \mathbf{D}) \quad (26)$$

$$D_0 = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{iqA_0}{\hbar c} \quad (27)$$

$$\mathbf{D} = \nabla - \frac{iq\mathbf{A}}{\hbar c} \quad (28)$$

En principio estas nuevas derivadas deben mantener la invariancia. Consideremos las ecuaciones de movimiento para los campos vectoriales

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_0}{\partial t^2} - \nabla A_0 &= \rho = \psi^* q \psi \\ \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} - \nabla A_i &= \frac{j_i}{c} = \psi^* \frac{q \vec{v}_i}{c} \psi \end{aligned}$$

Estas ecuaciones son invariantes bajo la transformación de norma si se impone la condición:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \epsilon(\vec{x}, t)}{\partial t^2} - \nabla^2 \epsilon(\vec{x}, t) = 0 \quad (29)$$

No los voy a marear con todo el desarrollo, pero lo relevante de esto es que al final aparece que esta invariancia de toda la teoría ante las transformaciones de norma sólo sucede si los bosones de norma no tienen masa.

De esta invariancia local se extiende a la invariancia global, por ello podemos decir que la fase en una función de onda siempre es arbitraria, pero debe ser la misma fase en todos los puntos del espacio tiempo. Por ello estos potenciales vectoriales obtienen una realidad física en la teoría cuántica. Y hay una comprobación experimental de este efecto.

3.1. El efecto Aharonov-Bohm

En ausencia de campo electromagnético la ecuación de onda estacionaria no relativista es:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi_0 = E\psi_0, \quad (30)$$

cuya solución es una onda plana con una fase dada por $\vec{p} \cdot \vec{x}/\hbar$, $\psi_0 = \exp(\frac{i\vec{p} \cdot \vec{x}}{\hbar})$.

En presencia de un campo vectorial electromagnético estático, la ecuación estacionaria de Schrödinger se vuelve:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\mathbf{D}^2\psi = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\nabla + \frac{ie\mathbf{A}(\vec{x})}{\hbar c}\right)^2\psi \quad (31)$$

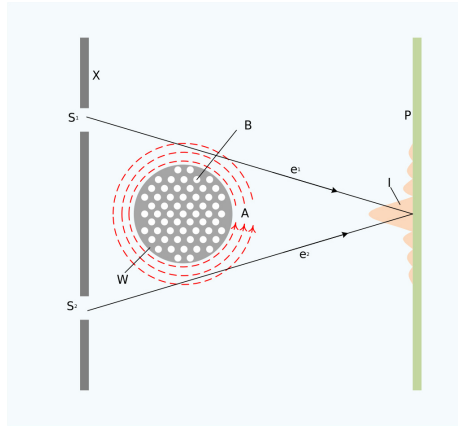


Figura 2: Imagen del experimento de Aharonov-Bohm. Imagen con licencia CC-BY-SA toma de wikipedia

Imaginemos un experimento donde un haz de electrones se hace pasar por dos rendijas creando nuestro ya conocido patrón de difracción. Pero una vez que salen de la rendija se encuentran con un solenoide con campo magnético $\vec{B}(I)$. Lo que se verá en el patrón de difracción es que con el cambio de la corriente el patrón cambiará, porque las fases dependen del potencial vectorial \vec{A} .

3.2. Invariancia de norma y teorías no abelianas

¿Qué sucede para el campo débil, donde los bosones de norma pueden tener carga y además masa? Se propone un potencial vectorial con grados de libertad internos. Esto puede darnos algunas propiedades que buscamos en la teoría, pero sigue sin ser invariante de norma.

Lo mismo sucede con la cromodinámica cuántica, que aunque el bosón mediador no tiene masa sí tiene carga.

De quedarse así habría montones de problemas para el desarrollo de la teoría, lo que se propone es un rompimiento espontáneo de las simetrías.

3.3. Mecanismo de Higgs

Hay dos tipos de rompimiento de simetría, uno es como el caso del isospín, donde es una *simetría aproximada* que se rompe para interacciones débiles y

electromagnéticas, pero si nos quedamos con la parte de interacción fuerte del hamiltoniano no parece romperse nada. El otro tipo es el *rompimiento espontáneo de simetría*, donde el Hamiltoniano completo si mantiene la simetría, pero el estado base la rompe esto sucede si el estado base del hamiltoniano es degenerado. Elegir un estado de estos sobre los demás rompe la simetría. Un ejemplo es el ferromagneto, el hamiltoniano que lo describe es invariante rotacionalmente, pero al darnos cuenta que los espines del ferromagneto podrían apuntar en cualquier dirección y que en la realidad están alineados, la simetría se rompe. A esto se le llama una simetría escondida.

Referencias

- [1] Henley, Ernest M., García, Alejandro “Subatomic Physics”, Tercera edición, World Scientific Publishing Co., 2007.
- [2] Das, A., Ferbel, T. “Introduction to Nuclear and Particle Physics”, Segunda edición, World Scientific Publishing Co., 2003.