Física Nuclear: extra modelos nucleares

Física Nuclear y subnuclear

7 de noviembre de 2023

Fallos del modelo de capas

- Momentos cuadrupolares mucho mayores que los predichos por el modelo
- Deformando se pueden obtener tales momento cuadrupolares
- Modos colectivos de excitación: oscilaciones
- Modelo nuclear unificado

Momento cuadrupolar

$$\mathbb{Q} = Z \int d^3r(3z^2 - r^2)\rho(r)$$

Si es un elipsoide uniformemente cargado con Ze

$$\mathbb{Q} = \frac{2}{5}Z(b^2 - a^2), \;\; b \parallel z$$

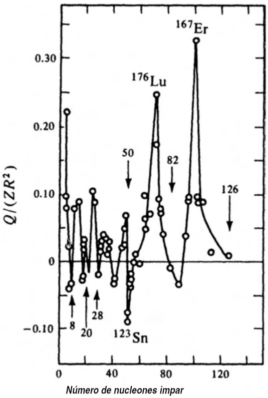
Con:

$$\begin{aligned}
\overline{R} =& (1/2)(a+b) \\
\Delta R =& b - a \\
\delta =& \overline{R}/\Delta R \text{ tenemos} \\
\mathbb{Q} =& \frac{4}{5} Z R^2 \delta
\end{aligned}$$

Momentos cuadrupolares en el experimento

$$\mathbb{Q}_{red} = \frac{\mathbb{Q}}{ZR^2}$$

$$\mathbb{Q}_{red} = \frac{4}{5}\delta$$



Espectro rotacional

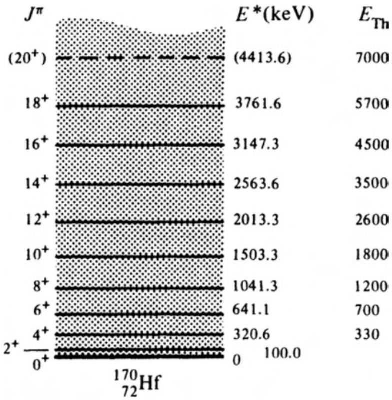
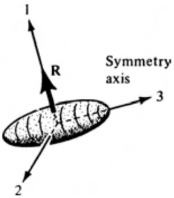


Figura: Espectro rotacionel del núcleo deformado ^{170}Hf, con valores de energía rotacionales obtenidos experimentalmente y teóricamente. Imagen tomada de [?] con fines educativos.

Rotaciones



Rotación alrededor del eje 1

$$H_{rot} = \frac{R^2}{2\mathbb{I}}$$

Traduciendo a mecánica cuántica:

$$\hat{H}_{rot}\psi = \frac{\hat{R}^2}{2\mathbb{I}}\psi = E\psi$$
$$\hat{R}^2 Y_J^M = J(J+1)\hbar^2 Y_J^M,$$
$$J = 0, 1, 2, \ldots$$

Con la paridad dada por $(-1)^J$, sólo se aceptan valore par de J

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2\mathbb{I}} J(J+1), \; J = 0, 1, 2, \ldots$$

Lo que sabemos hasta ahora

- Los núcleos están compuestos porpprotones y neutrones
- Protones y neutrones sienten las fuerzas: electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil
- Núcleos de helio, electrones y fotones los hemos tratado, pero no hemos hablado más de ellos como radiación

Decaimiento alfa

$$^{A}X^{Z} \rightarrow {}^{A-4}Y^{Z-2} + {}^{4}He^{2}$$

$$M_P c^2 = M_H c^2 + T_H + M_\alpha c^2 + T_\alpha,$$

Análisis de energía

$$T_H + T_\alpha = (M(A,Z) - M(A-4,Z-2) - M(4,2))c^2$$

$$\begin{aligned} T_H &= \frac{1}{2} M_H v_H^2, \\ T_\alpha &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2, \end{aligned}$$

Conservaciones

$$
\begin{aligned}
M_H v_H =& M_\alpha v_\alpha, \\
\text{despejando, } v_H =& \frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha
\end{aligned}
$$

Por lo regular $M_H \gg M_\alpha$, entonces $v_H \ll v_\alpha$.

$$
\begin{aligned}
T_H + T_\alpha =& \frac{1}{2} M_H \left(\frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\
=& \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{M_\alpha}{M_H} + 1 \right) \\
=& T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H}{M_H}
\end{aligned}
$$

Liberación de energía

$$
\begin{aligned}
T_H &= T_\alpha \left(\frac{M_\alpha + M_H}{M_H} \right) - T_\alpha \\
&= T_\alpha \left(\frac{M_\alpha + M_H}{M_H} - 1 \right) \\
&= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H - M_H}{M_H} = \frac{M_\alpha}{M_H} T_\alpha \ll T_\alpha
\end{aligned}
$$

Diversas energías

$$^{A}X^{Z} \rightarrow {}^{A-4}Y^{*Z-2} + {}^{4}He^{2}$$

$$^{A-4}Y^{*Z-2} \rightarrow {}^{A-4}Y^{Z-2} + \gamma$$

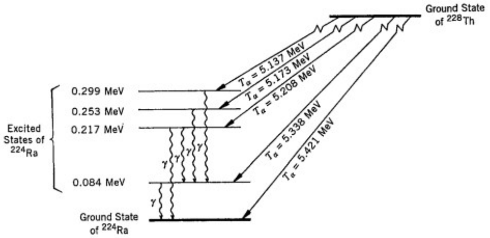


Figura: Decaimineto por emisión α del $^{228}Th^{90}$ al $^{224}Ra^{88}$. Imagen tomada de Das y Ferbel.

Un ejemplo

$$^{240}Pu^{94} \rightarrow {}^{236}U^{92} + {}^{4}He^{2}$$

Ejemplo

$$
\begin{aligned}
E &= (M(240,94) - M(236,92) - M(4,2))c^2 \\
&= 94m_p + 146m_n + B.E.(240,94) - 92m_p - 144m_n \\
&- B.E.(236,92) - 2m_p - 2m_n - B.E.(4,2) \\
&= B.E.(240,94) - B.E.(236,92) - B.E.(4,2) \\
&= -1813{,}4501\ MeV + 1790{,}4103\ MeV + 28{,}2956 \\
&\approx 5{,}2558\ MeV
\end{aligned}
$$

Penetración de barrera

- Para $A \approx 200$ barrera coulombiana de $\sim 20 - 25$ Mev
- La energía cinética del α es ~ 5 MeV
- Decaimiento alfa es un fenómeno de tunelaje

Penetración de barrera

$$^{232}Th^{90} \rightarrow {}^{228}Ra^{88} + {}^{4}He^{2}$$

- $\tau = 1{,}39 \times 10^{10}$ años
- $R = r_0(232)^{1/3} fm. \approx 7{,}37 \times 10^{-15} m.$
-

Coeficiente de transmisión

$$T = \frac{\frac{4k_1 k}{(k_1+k)^2}}{1 + \left[1 + \left(\frac{\kappa^2 - k_1 k}{\kappa(k_1+k)}\right)^2\right]}$$

$$\text{con } k_1 = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2}(E + U_0)\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$k = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2}E\right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2}(V_0 - E)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Posibilidad de penetración de la barrera

De afuera hacia adentro

$$T \approx 4 \times 10^{40}$$

De adentro hacia afuera (constante de decaimiento λ)

$$P(\text{emisión } \alpha) \approx \frac{v_\alpha}{R} T \approx 6 \times 10^{21} \frac{1}{seg} \times 4 \times 10^{-40}$$
$$\approx 2{,}4 \times 10^{-18} seg.$$

Decaimineto Beta

- Fuerza nuclear débil
- Conservaciones de número bariónico y leptónico
- Características del neutrino
- Núcleo con exceso de neutrones

Decaimiento Beta menos

$$^{A}X^{Z} \rightarrow {}^{A}Y^{Z+1} + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

$$n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}_e$$

Decaimineto Beta más

$$ {}^{A}X^{Z} \rightarrow {}^{A}Y^{Z-1} + e^{+} + \nu_e $$

$$ p \rightarrow n + e^{+} + \nu_e $$

Captura electrónica

$$^{A}X^{Z} + e^{-} \rightarrow {}^{A}Y^{Z-1} + \nu_e$$

$$p + e^{-} \rightarrow n + \nu_e$$

La constante en todos: $\Delta A = 0$ y $|\Delta Z| = 1$

Conservación de energía

$$M(A,Z)c^2 = T_H + M(A,Z-1)c^2 + T_{e^-} + m_e c^2 + T_{\bar{\nu}_e} + m$$

$$T_H + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}_e} = M(A,Z)c^2 - M(A,Z-1)c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}_e} c^2$$

De esta forma

$$(M_P - M_H - m_{\nu_e})c^2 \geq 0$$
$$\approx (M_P - M_H)c^2 \geq 0.$$

Decaimineto β^+

$$E = (M(A,Z) - M(A,Z-1) - m_e - m_\nu)c^2$$
$$E = (M_P - M_H - 2m_e - m_{\nu_e})c^2$$
$$\approx (M_P - M_H - 2m_e)c^2$$

Conservación de energía

Captura electrónica

$$
\begin{aligned}
E &= (M_P + m_e - M_H - m_\nu)c^2 \\
E &= (M(A,Z) - M(A,Z-1) - m_{\nu_e})c^2 \\
&\approx (M(A,Z) - M(A,Z-1))c^2
\end{aligned}
$$

No se toman en cuenta las energías de ligadura de los electrones en las capas atómicas.

Barrera centrífuga de potencial

- $L = 0$, decaimiento β permitido
- $L > 0$, decaimientos β prohibidos ($L = 1$ primero prohibido, $L = 2$ segundo prohibio, etc.)

Un ejemplo

$$^{3}H^{1} \rightarrow {}^{3}He^{2} + e^{-} + \bar{\nu}_e, \;\; \Delta L = 1$$

Reglas de selección

- $J_f = J_i + L$, es una transición de Fermi
- $J_f = J_i + L + 1$, es una transición de Gamow-Teller

Ejemplo

$$^{14}O^{6} \rightarrow {}^{14}Ni^{*7} + e^{-} + \bar{\nu}_e, \;\; \Delta I = 0$$

Estabilidad

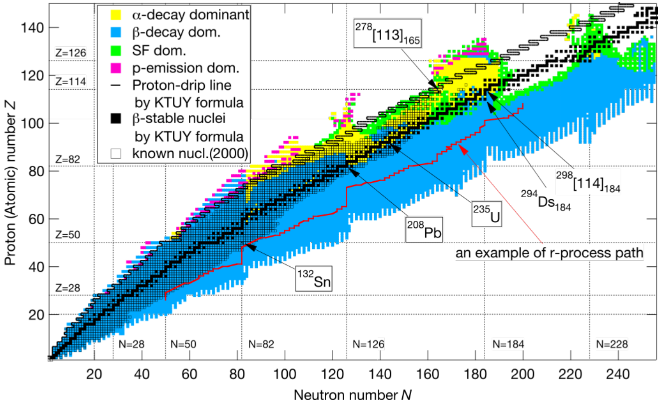


Figura: Tabla de nucleones. Imagen de Hiroyuki Koura en el dominio público

Esquema de decaimientos β

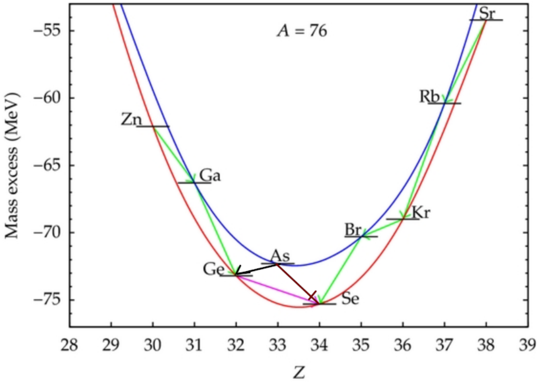


Figura: Excesos de masa para los isóbaros con $A = 76$ que tienen decaiminetos β. Imagen adaptada de [?] con licencia CC-BY 3.0

Decaimineto γ

- Decaimiento a núcleos excitados
- Regresado a estado base emitiendo γ
- Espacio entre niveles de $\sim 50\ keV$

Características del decaimiento γ

- El fotón con energía en el orden de MeV
- Puede llevarse al menos una unidad de L
- El núcleo pasa de un estado inicial E_i a uno final E_f

Análisis decaimiento γ

$$h\nu = E_i - E_f$$

La energía del foton = espaciamiento en niveles, pero qué sucede con la conservación de momento

$$\frac{h\nu}{c} = Mv,$$

Análisis de energía

$$
\begin{aligned}
E_i - E_f =& h\nu + \frac{1}{2}Mv^2 \\
=& h\nu + \frac{1}{2M}\left(\frac{h\nu}{c}\right)^2
\end{aligned}
$$

reacomodando $h\nu = \left(E_i - E_f - \frac{h^2\nu^2}{2Mc^2}\right) = E_i - E_f - \Delta E_R,$

Niveles de energía

$\partial E = \Gamma$

$$\tau\Gamma \approx \hbar$$

o diciéndolo de otra forma $\Gamma \approx \dfrac{\hbar}{\tau} \approx$ incertidumbre en $(E_i - E_f)$

$\Delta E_R \ll \Gamma$

Un caso

- $^{50}Ti^{22}$
- $M \approx 46512{,}11 \ MeV/c^2$
- $h\nu \gtrsim 100 keV = 10^5 eV$

Un caso

$$\Delta E_R = \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2} = \frac{(10^5 eV)^2}{2(46{,}512 \times 10^9 eV)} \approx 0{,}215\ eV$$

Considerando $\tau = 10^{-12} seg$

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx \frac{6{,}582 \times 10^{-22} MeV \cdot seg}{10^{-12} seg} = 6{,}582 \times 10^{-4} eV$$

Efecto Mössbauer

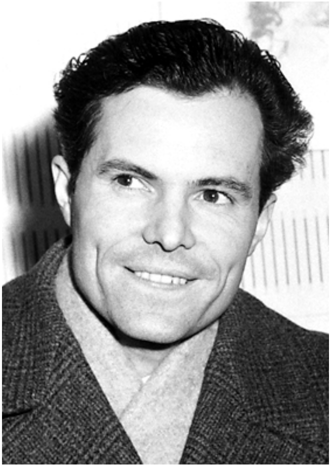


Figura: Rudolf Mössbauer

Niveles de energía y decaimiento γ

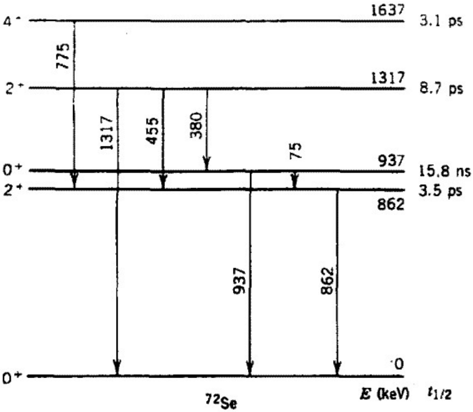


Figura: Niveles de energía para el $^{72}Se^{34}$. Tomado de [?]

Conversión interna

- Sale un rayo γ del núcelo y excita un electrón del átomo
- Electrón de alta energía
- Espectro de energía cuantizado

Leyes de decaimiento

- Tres tipos de decaimientos
- Tiempo tratado estadśiticamente
- Probabilidad constante de decaimiento por segundo λ

Ley de decaimiento

$$dN = N(t+dt) - N(t) = -N(t)\lambda dt$$

$$\begin{aligned}
\frac{dN}{N} &= -\lambda dt, \\
\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} &= -\lambda \int_0^t dt, \\
ln\frac{N(t)}{N_0} &= -\lambda t \\
N(t) &= N_0 e^{-\lambda t}
\end{aligned}$$

Escala de tiempo

- Tiempo de vida media $t_{\frac{1}{2}}$

$$N(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{de otra forma } \lambda t_{\frac{1}{2}} = ln2$$

$$\text{entonces } t_{\frac{1}{2}} = \frac{ln2}{\lambda}$$

Tiempo de vida media y tiempo promedio

$$\langle t \rangle = \tau = \frac{\int_0^\infty tN(t)dt}{\int_0^\infty N(t)dt}$$
$$= \frac{N_0 \int_0^\infty te^{-\lambda t}dt}{N_0 \int_0^\infty e^{-\lambda t}dt}$$
$$= \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda}$$

De esta forma $t_{\frac{1}{2}} = \tau(ln2)$.

Actividad

$$\mathcal{A} = |\frac{dN}{dt}| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- 1 desintegración por segundo $= 1Bq$
- La actividad de $^{226}Ra^{88}$, $3{,}7 \times 10^{10}\ Bq = 1Ci$
- Muestras con actividad en los mCi y μCi
- $1rd = 10^6 Bq$

Varios proceso

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \ldots$$

$$\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_1} + \frac{1}{t_{(\frac{1}{2}})_2} + \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_3} + \ldots$$

Decaimienots en dos pasos

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$N_1 = N_{10} e^{\lambda_1 t}$$
$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{\lambda_1 t} - e^{\lambda_2 t})$$

$(t_{\frac{1}{2}})_2 \ll (t_{\frac{1}{2}})_1$

Ejemplo

- $^{226}Ra^{88}$
- Actividad inicial $3{,}7 \times 10^{10}$ Bq
- Tiempo de vida media
  $t_{\frac{1}{2}} = 1600$ años $= 5{,}04576 \times 10^{10} seg.$
- Actividad tras 500 años $= 1{,}5768 \times 10^{10} seg.$

Calculo de la actividad

$$\mathcal{A}(t = 1{,}5768 \times 10^{10} seg.) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1{,}5768 \times 10^{10} seg.) = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1{,}5768 \times 10^{10} seg.) = (3{,}7 \times 10^{10} Bq) e^{-\frac{ln2}{5{,}04 \times 10^{10} seg.}(1{,}57 \times 10^{10} seg.)}$$

$$\mathcal{A}(t = 1{,}5768 \times 10^{10} seg.) \approx 2{,}3 \times 10^{10} Bq$$