

Física Nuclear: Radiación

Física Nuclear y subnuclear

16 de abril de 2024

Fallos del modelo de capas

- Momentos cuadrupolares mucho mayores que los predichos por el modelo
- Deformando se pueden obtener tales momento cuadrupolares
- Modos colectivos de excitación: oscilaciones
- Modelo nuclear unificado

Momento cuadrupolar

$$Q = Z \int d^3r (3z^2 - r^2) \rho(r)$$

Si es un elipsoide uniformemente cargado con Ze

$$Q = \frac{2}{5} Z (b^2 - a^2), \quad b \parallel z$$

Con:

$$\bar{R} = (1/2)(a + b)$$

$$\Delta R = b - a$$

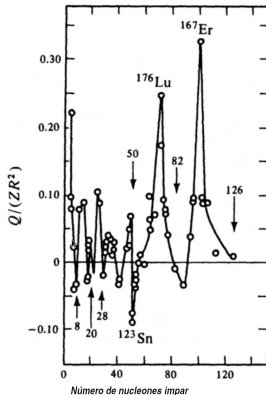
$$\delta = \bar{R} / \Delta R \text{ tenemos}$$

$$Q = \frac{4}{5} Z R^2 \delta$$

Momentos cuadrupolares en el experimento

$$Q_{red} = \frac{Q}{ZR^2}$$

$$Q_{red} = \frac{4}{5} \delta$$



Espectro rotacional

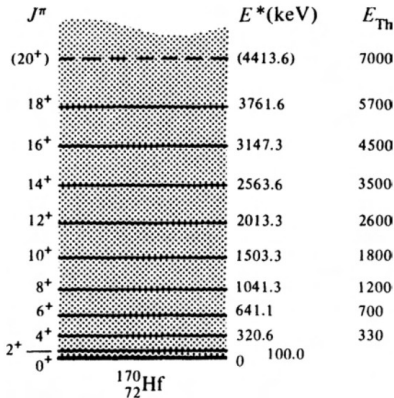
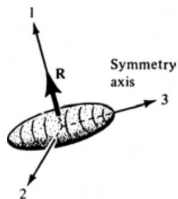


Figura: Espectro rotacional del núcleo deformado ^{170}Hf , con valores de energía rotacionales obtenidos experimentalmente y teóricamente. Imagen tomada de [?] con fines educativos.

Rotaciones



Rotación alrededor del eje 1

$$H_{rot} = \frac{R^2}{2\mathbb{I}}$$

Traduciendo a mecánica

cuántica:

$$\hat{H}_{rot}\psi = \frac{\hat{R}^2}{2\mathbb{I}}\psi = E\psi$$

$$\hat{R}^2 Y_J^M = J(J+1)\hbar^2 Y_J^M,$$

$$J = 0, 1, 2, \dots$$

Con la paridad dada por $(-1)^J$, sólo se aceptan valores par de J

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2\mathbb{I}} J(J+1), \quad J = 0, 1, 2, \dots$$

Lo que sabemos hasta ahora

- Los núcleos están compuestos por protones y neutrones
- Protones y neutrones sienten las fuerzas:
electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil
- Núcleos de helio, electrones y fotones los hemos tratado,
pero no hemos hablado más de ellos como radiación

Análisis de energía

$$T_H + T_\alpha = (M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M(4, 2))c^2$$

$$T_H = \frac{1}{2}M_H v_H^2,$$

$$T_\alpha = \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2,$$

Conservaciones

$$M_H v_H = M_\alpha v_\alpha,$$

$$\text{despejando, } v_H = \frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha$$

Por lo regular $M_H \gg M_\alpha$, entonces $v_H \ll v_\alpha$.

$$\begin{aligned} T_H + T_\alpha &= \frac{1}{2} M_H \left(\frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left(\frac{M_\alpha}{M_H} + 1 \right) \\ &= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H}{M_H} \end{aligned}$$

Liberación de energía

$$\begin{aligned}T_H &= T_\alpha \left(\frac{M_\alpha + M_H}{M_H} \right) - T_\alpha \\&= T_\alpha \left(\frac{M_\alpha + M_H}{M_H} - 1 \right) \\&= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H - M_H}{M_H} = \frac{M_\alpha}{M_H} T_\alpha \lll T_\alpha\end{aligned}$$

Diversas energías

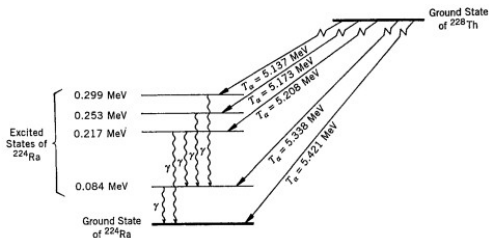
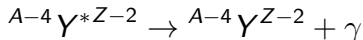
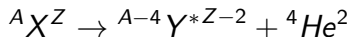
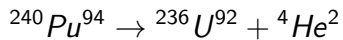


Figura: Decaimiento por emisión α del ${}^{228}\text{Th}^{90}$ al ${}^{224}\text{Ra}^{88}$. Imagen tomada de Das y Ferbel.

Un ejemplo



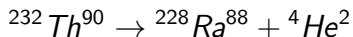
Ejemplo

$$\begin{aligned}
 E &= (M(240, 94) - M(236, 92) - M(4, 2))c^2 \\
 &= 94m_p + 146m_n + B.E.(240, 94) - 92m_p - 144m_n \\
 &\quad - B.E.(236, 92) - 2m_p - 2m_n - B.E.(4, 2) \\
 &= B.E.(240, 94) - B.E.(236, 92) - B.E.(4, 2) \\
 &= -1813,4501 \text{ MeV} + 1790,4103 \text{ MeV} + 28,2956 \\
 &\approx 5,2558 \text{ MeV}
 \end{aligned}$$

Penetración de barrera

- Para $A \approx 200$ barrera coulombiana de $\sim 20 - 25 \text{ MeV}$
- La energía cinética del α es $\sim 5 \text{ MeV}$
- Decaimiento alfa es un fenómeno de tunelaje

Penetración de barrera



- $\tau = 1,39 \times 10^{10}$ años
- $R = r_0(232)^{1/3} \text{ fm} \approx 7,37 \times 10^{-15} \text{ m}$.
-

Coeficiente de transmisión

$$T = \frac{\frac{4k_1 k}{(k_1 + k)^2}}{1 + \left[1 + \left(\frac{\kappa^2 - k_1 k}{\kappa(k_1 + k)} \right)^2 \right]}$$

$$\text{con } k_1 = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2} (E + U_0) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$k = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2} E \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa = \left[\frac{2M_\alpha}{\hbar^2} (V_0 - E) \right]^{\frac{1}{2}}$$

Posibilidad de penetración de la barrera

De afuera hacia adentro

$$T \approx 4 \times 10^{40}$$

De adentro hacia afuera (constante de decaimiento λ)

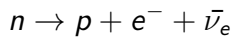
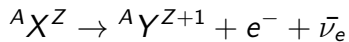
$$P(\text{emisión } \alpha) \approx \frac{v_\alpha}{R} T \approx 6 \times 10^{21} \frac{1}{\text{seg}} \times 4 \times 10^{-40}$$

$$\approx 2,4 \times 10^{-18} \text{seg.}$$

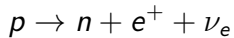
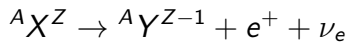
Decaimiento Beta

- Fuerza nuclear débil
- Conservaciones de número bariónico y leptónico
- Características del neutrino
- Núcleo con exceso de neutrones

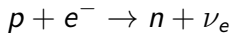
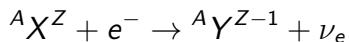
Decaimiento Beta menos



Decaimiento Beta más



Captura electrónica



La constante en todos: $\Delta A = 0$ y $|\Delta Z| = 1$

Conservación de energía

$$M(A, Z)c^2 = T_H + M(A, Z - 1)c^2 + T_{e^-} + m_e c^2 + T_{\bar{\nu}_e} + m_{\bar{\nu}_e} c^2$$

$$T_H + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}_e} = M(A, Z)c^2 - M(A, Z - 1)c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}_e} c^2$$

De esta forma

$$\begin{aligned} (M_P - M_H - m_{\nu_e})c^2 &\geq 0 \\ &\approx (M_P - M_H)c^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Decaimiento β^+

$$E = (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e - m_{\nu})c^2$$

$$E = (M_P - M_H - 2m_e - m_{\nu_e})c^2$$

$$\approx (M_P - M_H - 2m_e)c^2$$

Conservación de energía

Captura electrónica

$$E = (M_P + m_e - M_H - m_\nu)c^2$$

$$E = (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_{\nu_e})c^2$$

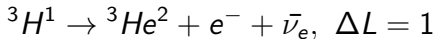
$$\approx (M(A, Z) - M(A, Z - 1))c^2$$

No se toman en cuenta las energías de ligadura de los electrones en las capas atómicas.

Barrera centrífuga de potencial

- $L = 0$, decaimiento β permitido
- $L > 0$, decaimientos β prohibidos ($L = 1$ primero prohibido, $L = 2$ segundo prohibido, etc.)

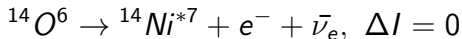
Un ejemplo



Reglas de selección

- $J_f = J_i + L$, es una transición de Fermi
- $J_f = J_i + L + 1$, es una transición de Gamow-Teller

Ejemplo



Estabilidad

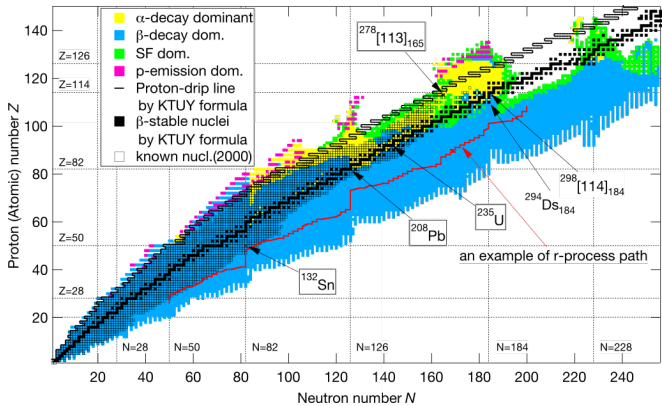


Figura: Tabla de nucleones. Imagen de Hiroyuki Koura en el dominio público

Esquema de decaimientos β

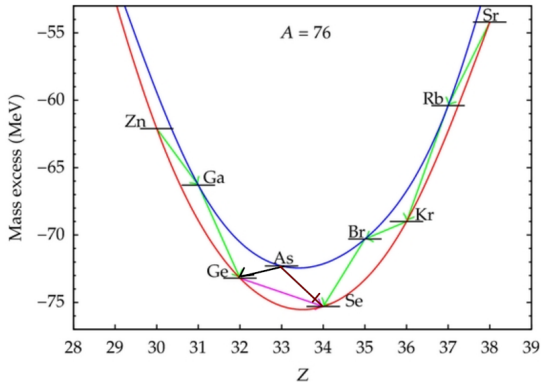


Figura: Excesos de masa para los isóbaros con $A = 76$ que tienen decaimientos β . Imagen adaptada de [?] con licencia CC-BY 3.0

Características del decaimiento γ

- El fotón con energía en el orden de MeV
- Puede llevarse al menos una unidad de L
- El núcleo pasa de un estado inicial E_i a uno final E_f

Análisis decaimiento γ

$$h\nu = E_i - E_f$$

La energía del foton = espaciamento en niveles, pero qué sucede con la conservación de momento

$$\frac{h\nu}{c} = Mv,$$

Análisis de energía

$$E_i - E_f = h\nu + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$= h\nu + \frac{1}{2M} \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2$$

reacomodando $h\nu = \left(E_i - E_f - \frac{h^2\nu^2}{2Mc^2} \right) = E_i - E_f - \Delta E_R,$

Niveles de energía

$$\partial E = \Gamma$$

$$\tau \Gamma \approx \hbar$$

o diciéndolo de otra forma $\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx$ incertidumbre en $(E_i - E_f)$

$$\Delta E_R \ll \Gamma$$

Un caso

- ${}^{50}\text{Ti}^{22}$
- $M \approx 46512,11 \text{ MeV}/c^2$
- $h\nu \gtrsim 100\text{keV} = 10^5\text{eV}$

Un caso

$$\Delta E_R = \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2} = \frac{(10^5 \text{ eV})^2}{2(46,512 \times 10^9 \text{ eV})} \approx 0,215 \text{ eV}$$

Considerando $\tau = 10^{-12} \text{ seg}$

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx \frac{6,582 \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{seg}}{10^{-12} \text{ seg}} = 6,582 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

Niveles de energía y decaimiento γ

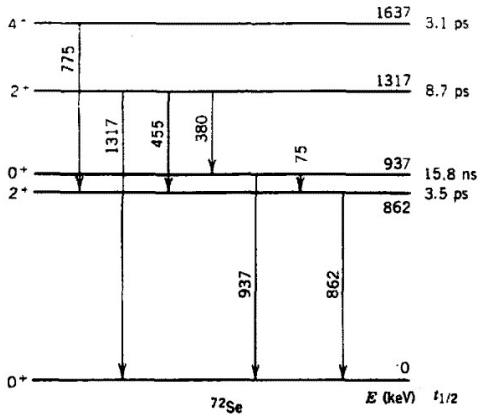


Figura: Niveles de energía para el $^{72}\text{Se}^{34}$. Tomado de [?]

Conversión interna

- Sale un rayo γ del núcleo y excita un electrón del átomo
- Electrón de alta energía
- Espectro de energía cuantizado

Leyes de decaimiento

- Tres tipos de decaimientos
- Tiempo tratado estadísticamente
- Probabilidad constante de decaimiento por segundo λ

Ley de decaimiento

$$dN = N(t + dt) - N(t) = -N(t)\lambda dt$$

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt,$$

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt,$$

$$\ln \frac{N(t)}{N_0} = -\lambda t$$

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$$

Escala de tiempo

- Tiempo de vida media $t_{\frac{1}{2}}$

$$N(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$$

de otra forma $\lambda t_{\frac{1}{2}} = \ln 2$

$$\text{entonces } t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

Tiempo de vida media y tiempo promedio

$$\begin{aligned}\langle t \rangle = \tau &= \frac{\int_0^{\infty} tN(t)dt}{\int_0^{\infty} N(t)dt} \\ &= \frac{N_0 \int_0^{\infty} te^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} \\ &= \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda}\end{aligned}$$

De esta forma $t_{\frac{1}{2}} = \tau(\ln 2)$.

Actividad

$$\mathcal{A} = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- 1 desintegración por segundo = $1 Bq$
- La actividad de $^{226}Ra^{88}$, $3,7 \times 10^{10} Bq = 1 Ci$
- Muestras con actividad en los mCi y μCi
- $1 rd = 10^6 Bq$

Varios proceso

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots$$

$$\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_1} + \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_2} + \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_3} + \dots$$

Decaimientos en dos pasos

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$(t_{1/2})_2 \ll (t_{1/2})_1$$

Ejemplo

- $^{226}\text{Ra}^{88}$
- Actividad inicial $3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$
- Tiempo de vida media
 $t_{\frac{1}{2}} = 1600 \text{ años} = 5,04576 \times 10^{10} \text{ seg.}$
- Actividad tras 500 años $= 1,5768 \times 10^{10} \text{ seg.}$

Calculo de la actividad

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = (3,7 \times 10^{10} \text{Bq}) e^{-\frac{\ln 2}{5,04 \times 10^{10} \text{seg.}} (1,57 \times 10^{10} \text{seg.})}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) \approx 2,3 \times 10^{10} \text{Bq}$$

Envenenamiento por Polonio

- Alexander Litvinenko, miembro de la KGB
- 1998 acusó públicamente a sus superiores por el intento de asesinato a Boris Berezovski
- Berezovski era doctor en matemáticas aplicadas (1983)
- Importación de Mercedes, dueño de la cadena ORT
- Litvinenko noviembre del 2006, ^{210}Po