

# Experimentos en física de partículas y nuclear

Física Nuclear y subnuclear

28 de septiembre de 2023











# La división

- Electrones y positrones
- El resto de leptones, hadrones y núcleos ligeros
- Núcleos pesados





# Bethe-Bloch

$$W_{max} = \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{1 + 2\gamma \frac{m_e}{M} + \left(\frac{m_e}{M}\right)^2}$$

$$-\frac{dE}{dx} = (4\pi N_A r_e^2 m_e c^2) z^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \times \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2 W_{max}}{I^2} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right]$$

# Valores

- $N_A$ ,  $r_e$ ,  $m_e$  y  $c \rightarrow K = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2$
- $z$  de partícula incidente
- $Z$  y  $A$  de los núcleos del medio
- $\beta$  y  $\gamma$  de la partícula incidente
- $I$  potencial de ionización

# Ecuación de Bethe-Bloch compacta

$$-\frac{dE}{dx} = Kz^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \left( \frac{2m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I} \right) - \beta^2 - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right] \quad (2)$$

$$K = 0,3071 \text{ MeVmol}^{-1}\text{cm}^2$$

$$K/A = 0,3071 \text{ MeVgr}^{-1}\text{cm}^2 \quad (\text{con } A = 1\text{gr/mol})$$

# Pérdida de energía total

$$\Delta E_{perdida} = -\rho \int_0^d \frac{dE}{dx} dx$$

# Un ejercicio

- Qué distancia recorre un protón de  $10\text{GeV}$  de energía cinética en una barra de plomo de bastante grosor.

$$\rho_{Pb} = 11,34 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

$$m_p = 0,938 \text{GeV} / c^2$$

# Obteniendo valores relativistas I

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{E_T}{E_R} \\ &= \frac{E_K + E_R}{E_R} \text{ ya que } E_T = E_K + E_R \\ &= \frac{E_k + m_p c^2}{m_p c^2} \text{ para el protón } E_R = M_p c^2 \\ &= \frac{E_k}{m_p c^2} + 1 \text{ distribuyendo la fracción} \\ &= \frac{10\text{GeV}}{0,938\text{GeV}} + 1 = \mathbf{10,6609}.\end{aligned}$$

# Obteniendo valores relativistas II

Para obtener  $\beta = 0,9963$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

# Calculamos la pérdida

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -0,3071 \frac{\text{MeVcm}^2}{\text{gr}} (1)^2 \frac{82}{207} \frac{1}{(0,9963)^2} \left[ \ln \left( \frac{2(5,11\text{e}5\text{eV}/c^2)c^2(0,9963)^2(11,6609)^2}{820\text{eV}} \right) \right]$$
$$\ln \left( \frac{2(5,11\text{e}5\text{eV}/c^2)c^2(0,9963)^2(11,6609)^2}{820\text{eV}} \right) = 12,033$$

El resto

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = -0,3071 \frac{\text{MeVcm}^2}{\text{gr}} (1)^2 \frac{82}{207} \frac{1}{(0,9963)^2} [12,033 - 0,9963^2]$$
$$= -1,35309 \frac{\text{MeVcm}^2}{\text{gr}}$$



# Últimos detalles

$$\rho \left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = \left( 11,34 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3} \right) \left( 1,3531 \frac{\text{MeVcm}^2}{\text{gr}} \right) = 15,3441 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}$$

$$\begin{aligned} R &= \int_{E_0}^0 \frac{dE}{\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle} = \int_{10\text{GeV}}^0 \frac{dE}{15,3441 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}} \\ &= \frac{1}{15,3441 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}} \int_{10\text{GeV}}^0 dE = \frac{1}{15,3441 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}} (10\text{GeV}) \\ &= \frac{10000\text{MeV}}{15,3441 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}}} = 651,7162\text{cm} = 6,5171\text{m}. \end{aligned}$$

# Dispersión múltiple: ángulos pequeños

$$\theta_0 = \theta_{plano}^{rms} = \frac{1}{\sqrt{2}} \theta_{espacio}^{rms} \quad (3)$$

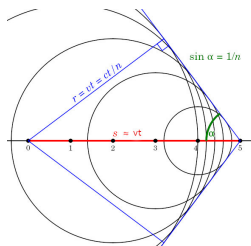
$$\theta_0 = \frac{13,6 \text{ MeV}}{\beta c p} z \sqrt{\frac{x}{X_0}} \left[ 1 + 0,038 \ln \left( \frac{xz^2}{X_0 \beta^2} \right) \right] \quad (4)$$

# Longitud de radiación

- La distancia para la cual la energía del electrón se reduce en  $1/e$
- $7/9$  del camino libre medio de fotones para producción de pares

$$X_0 = 716,4 \frac{gr}{cm^2} \frac{A}{Z(Z+1) \ln \left( \frac{287}{\sqrt{Z}} \right)}$$

# Radiación Cherenkov



**Figura:** Cono de luz de Cherenkov. Imagen de dominio público realizada por Pieter Kuiper, tomada de <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cherenkov2.svg>.

# Cono de luz Cherenkov

$$v = \beta c = \frac{c}{n},$$

$$v_{part} > \frac{c}{n}.$$

$$\cos\theta_C = \frac{1}{\beta n} \tag{5}$$

Pérdida de energía  $\approx 500\text{eV}/\text{cm}$ .

# Ejercicio

**Ejercicio:** ¿Qué ángulo forma el cono de luz Cherenkov para protones con una energía cinética de 1 GeV que entra a agua (índice de refracción  $n = 1,333$ )?

$$\begin{aligned}\gamma &= \frac{E_T}{E_R} = \frac{E_K}{E_r} + 1 \\ &= \frac{E_K}{m_p c^2} + 1 = \frac{1 \text{ GeV}}{0,938 \text{ GeV}} + 1 \\ &= 2,06609,\end{aligned}$$

## Ejercicio II

$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} = \sqrt{\frac{(2,06609)^2 - 1}{(2,06609)^2}}$$

$$= 0,87506$$

Sustituimos, con  $n = 1,333$

$$\cos\theta_c = \frac{1}{\beta n} = \frac{1}{(0,87506)(1,333)} = 0,8572$$

Obtenemos el ángulo

$$\theta_c = \cos^{-1}\left(\frac{1}{\beta n}\right) = \cos^{-1}(0,8572) = \mathbf{30,99^\circ}$$

# Partículas cargadas ligeras

Pérdidas de energía por radiación son las más por encima de:

$$E_c \approx \frac{600 \text{ MeV}}{Z} \quad (6)$$

Para  $N$ ,  $Z = 7$ , entonces  $E_c = 85,71 \text{ MeV}$



# Corrección a Bethe-Bloch

$$-\left\langle \frac{dE}{dx} \right\rangle = (4\pi N_A r_e^2 m_e c^2) \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \times \\ \times \left[ \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\tau(\tau + 2)}{2(I/m_e c^2)^2} \right) + F(\tau) - \frac{\delta(\beta\gamma)}{2} \right],$$

donde  $\tau$  es la razón  $E_K/m_e c^2$  y

$$F(\tau) = 1 - \beta^2 + \frac{\tau^2/8 - (2\tau + 1)\ln(2)}{(\tau + 1)^2} \text{ para } e^-$$

$$F(\tau) = 2\ln(2) - \frac{\beta^2}{12} \left( 23 + \frac{14}{\tau + 2} + \frac{10}{(\tau + 2)^2 + \frac{4}{(\tau + 2)^3}} \right) \text{ para } e^+$$

# Radiación *bremsstrahlung*

Para electrones/positrones

$$\sigma_b \propto r_e^2 = (e^2/m_e c^2)^2$$

Las pérdidas por radiación para un  $\mu^- \sim 40000$  veces menor

Además

- Radiación sincrotrón
- Radiación ciclotrón

# Pérdidas por radiación en electrones/positrones

Bethe y Heitler hacen el tratamiento cuántico

$$N(\omega)d\omega \propto Z^2 \frac{d\omega}{\omega} \quad (7)$$

- Pierde fracción  $1/e$  de su energía en  $X_0$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right) \approx \frac{E}{X_0}, \text{ es decir } E = E_0 e^{-x/X_0} \quad (8)$$

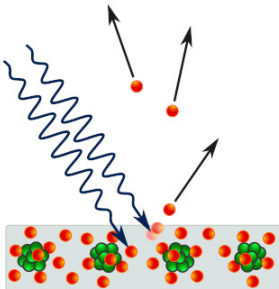
¿Se procede igual? No es tan fácil.

# Fotones

- Efecto fotoeléctrico
- Efecto Compton
- Producciones de pares ( $E > 2m_e c^2$ )

# Efecto fotoeléctrico

$$T_e = h\nu - I_B$$



**Figura:** Diagrama del efecto fotoeléctrico. Imagen de Ponor, licencia CC BY-SA 4.0



# Relaciones dispersión de Compton

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)}, \quad (9)$$

$$T_e = h\nu - h\nu' = h\nu \frac{\gamma(1 - \cos\theta)}{1 + \gamma(1 - \cos\theta)}$$

Límite de Compton

$$T_{max} = h\nu \left( \frac{2\gamma}{1 + 2\gamma} \right) \quad (10)$$

# Producción de pares

- Fotón crea un par electrón-positrón
- Solo puede suceder dentro del medio
- Conservación de la energía y el momento
- Mínimo de energía de  $2m_e c^2$



# Camino libre medio para producción de pares

$$X_{pares} = \mu_{pares}^{-1} \approx \frac{9}{7} X_0$$

¿Qué sucede con el positrón después?

# Coeficiente de absorción

$$\mu = n\sigma$$

# Cascadas electromagnéticas

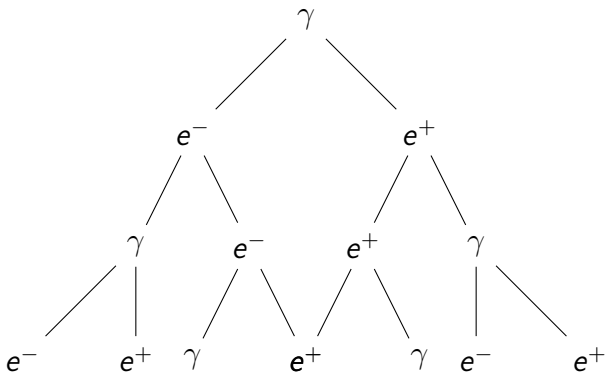


Figura: Árbol de generación en una cascada electromagnética.

# Analizando la figura

- La distancia entre padre e hijo es una  $X_0$
- Suponemos cada partícula hija se lleva  $E_0/2$
- Tras  $t$  longitudes de radiación:
  - $2^t$  partículas
  - $E(t) \approx \frac{E_0}{2^t}$

# Máxima profundidad

$$E(t_{max}) = \frac{E_0}{2^{t_{max}}} = E_c, \text{ despejando,}$$

$$2^{t_{max}} = \frac{E_0}{E_c}, \text{ sacando logaritmo base 2,}$$

$$t_{max} = \log_2 \left( \frac{E_0}{E_c} \right), \text{ truco para sacarlo}$$

$$t_{max} = \frac{\ln \left( \frac{E_0}{E_c} \right)}{\ln(2)} \text{ ese sí.}$$

# Cantidad final de partículas

$$N_{max} \approx 2^{t_{max}} = 2^{\log_2(E_0/E_c)}$$
$$\approx \frac{E_0}{E_c}$$

Apertura de la cascada

$$R_M = X_0 \frac{E_S}{E_c}, \text{ donde}$$

$$E_S = m_e c^2 \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} = 21,2 \text{ MeV}$$

# Interacciones de neutrones

¿Qué pasa con los neutrones?



# Lunch nuclear

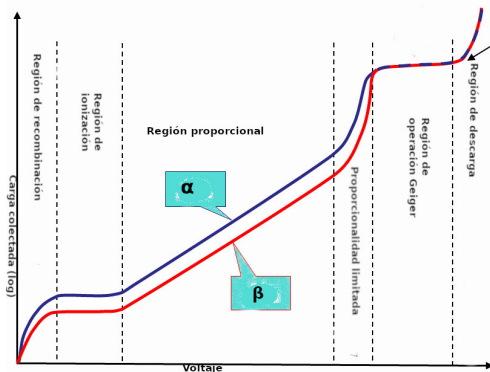


- Sala Ángel Dacal del edificio colisur del IFUNAM
- viernes 22 de septiembre, 2:00 pm, habrá comida
- Invitado Dr. Julio Herrera
- Física de plasmas y fusión nuclear





# Detectores de ionización



**Figura:** Regiones de operación de los detectores de ionización. Imagen adaptada de la original de Doug Sim con licencia Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported

# Contadores de ionización

- En la región de ionización
- Poco sensible a los cambios de voltaje
- Sin amplificación
- Requiere filtros
- Respuesta rápida

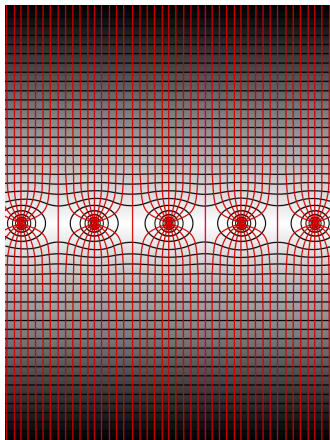
$$E = \frac{V}{d} \text{ placas planas, } E = \frac{V}{r \ln\left(\frac{r_c}{r_a}\right)}$$



# Cámaras multilámbricas

- Diseñadas por George Charpak en 1968
- Alambres de  $10 - 50\mu m$  separados por  $2mm$ .
- Cátodos a  $1cm$  por encima y debajo
- Resoluciones espaciales  $\approx 50 - 200\mu m$
- Resoluciones temporales  $\approx 2ns$

# Cámara multilámbtrica



**Figura:** Líneas de campo en cámara multilámbtrica. This file is licensed under the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported license.



# TPC

- Time Projection Chambers
- Barril cilíndrico alrededor de la tubería del haz en un acelerador
- En cada orilla de la cámara hay capas de contadores proporcionales
- Un campo Magnético paralelo y anti-paralelo al campo eléctrico
- La deriva es helicoidal
- Microstrip Gas Chambers





# Detector Geiger-Müller

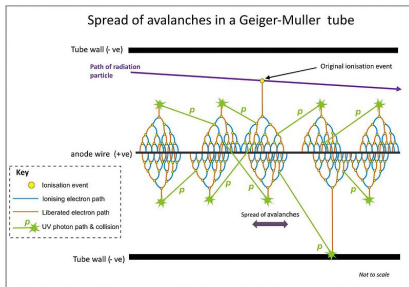


Figura: Detector Geiger-Müller. This file is licensed under the Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported license.

# Detectores de centelleo

- Excitaciones de los átomos del material
- Al regresar al estado base: emiten un fotón
- Centelladores orgánicos: antraceno, naftaleno
- Centelladores inorgánicos: NaI, CsI dopados
- $10^4$  fotones/cm.

# PMT

100 – 200V, multiplicaciones de  $10^4$  a  $10^7$

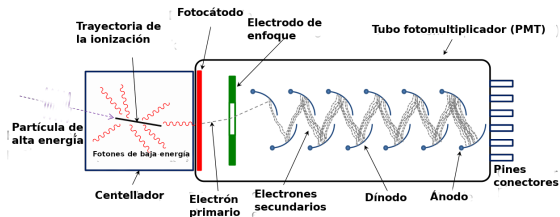


Figura: Tubo fotomultiplicador. Imagen de Wiso con licencia Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported

¿Usos de centelladores?

# Detector Cherenkov

- Partículas cargadas, pero el proceso no es ionización
- Viaja más rápido que la luz *en el medio*  $v > c/n$  o  $\beta > 1/n$ .
- $\cos \theta_c = \frac{1}{\beta n}$
- 213 fotones/cm
- Ring-image Cherenkov



# Calorímetro

- Las partículas depositan toda su energía cinética
- Centelladores, contadores de ionización o proporcionales
- Fotones: producción de pares
- Hadrones: procesos fuertes
- Problemáticos: neutrinos y  $\pi^0$
- Precisión relativa en medida de energía  $\Delta E/E \approx E^{1/2}$
- Resolución temporal  $\sim 10 - 100ns$







# Estudios de estructura

$$\lambda = h/p$$

$$\bar{\lambda} = \lambda/2\pi = \hbar/p$$

$$\bar{\lambda} \leq d, \quad p \geq \hbar/d$$

$$\begin{aligned} \bar{\lambda}_p &= \frac{\hbar}{m_p c} = \frac{\hbar c}{m_p c^2} \\ &= \frac{197,3 \text{ MeV fm}}{938 \text{ MeV}} = 0,210 \text{ fm} \end{aligned}$$

$$E_{kin} = p^2/2m_p = \hbar^2/2m_p d^2$$

$$\frac{E_{kin}}{m_p c^2} = \frac{1}{2d^2} \left( \frac{\hbar}{m_p c} \right)^2$$

$$\begin{aligned} \frac{E_{kin}}{m_p c^2} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\bar{\lambda}_p}{d} \right)^2 = 0,02 \\ E_{kin} &= 0,02 m_p c^2 = 0,02 \times 938 \text{ MeV} \end{aligned}$$

# Aceleración

■  $E = Fd = q|E|d = qV$

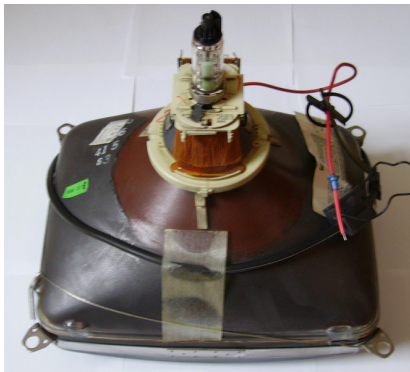


Figura: Foto de un cinescopio de televisión. Imagen de JMPerez commonswiki con licencia Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported

# Conceptos útiles

- *Flujo*: la cantidad de partículas que cruzan un área unitaria perpendicular al eje del haz por unidad de tiempo

$$\mathcal{F} = n_i v, \quad (11)$$

$$dN = \mathcal{F} N \sigma d\Omega$$

- *Luminosidad*: la cantidad de eventos por unidad de sección eficaz que tienen lugar en una sección de encuentro del haz por unidad de tiempo

$$\mathcal{L} = \frac{\mathcal{N}_s}{\sigma_{tot}} = \frac{N_1 N_2 f}{A},$$

$$\sigma(\theta) d\Omega = d\sigma(\theta) \Rightarrow \sigma(\theta) = \frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega}$$



# Van de Graff

- Llega a 30 – 40 MeV
- Más energías con un Van de Graff tandem
- Un tandem en el IFUNAM

# Aceleradores lineales



**Figura:** Foto del acelerador lineal de Stanford, 3 km de longitud.  
Imagen de Victor Blacus en dominio público

# Linac

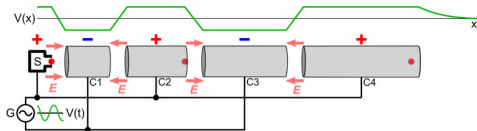


Figura: Esquema de un acelerador lineal. Imagen adaptada de Chetvorno con licencia CC0



# Óptica del haz

- Lentes magnéticas
- Dipolos pueden deflechar
- Cuadrupolos lo más parecido a una lente óptica

$$\vec{F} = q \left( \vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

# Ciclotrón

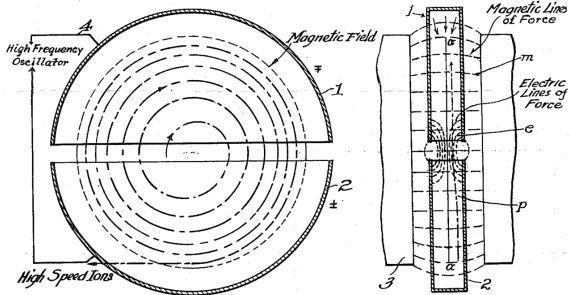


Figura: Esquema de funcionamiento de un ciclotron. Imagen de Ernest O. Lawrence - U.S. Patent 1,948,384, de dominio público

# Resonancia y energía

$$\frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

$$\omega = \frac{v}{r}$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{q}{m} \right) B$$

$$\begin{aligned} T_{max} &= \frac{1}{2} m v_{max}^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 \\ &= \frac{1}{2} m \left( \frac{qB}{m} \right)^2 R^2 = \frac{(qBR)^2}{2m} \end{aligned}$$

# Sincrotrón



Figura: Modelo de un acelerador sincrotrón. Imagen de EPSIM 3D/JF Santarelli, Synchrotron Soleil



# Áreas por Monte Carlo

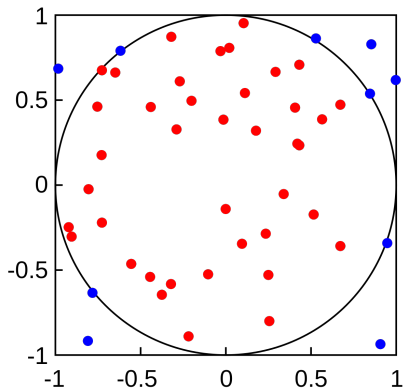


Figura: Ejemplo del cálculo de una área con Montecarlo. Imagen de Mysid Yoderj con licencia Creative Commons CC0 1.0 Universal Public Domain Dedication







# Un ejemplo

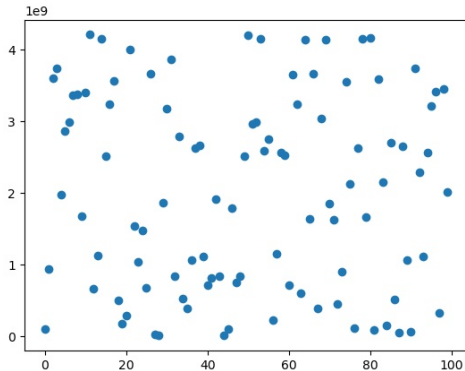


Figura: Puntos generados por la fórmula ??.

# El código

```
from pylab import plot,show

N=100
a=1664525
c=101390422
m=4294967296
x=1
results=[]

for i in range(N):
    x=(a*x+c)\%m
    results.append(x)

plot(results,"o")
show()
```

# Paso de partículas a través de la materia

- Los valores calculados por pedazos
- Propagación de la partícula por diversos procesos
- Comparación con el experimento