

# Física Nuclear: Radiación

Física Nuclear y subnuclear

9 de noviembre de 2023

# Fallos del modelo de capas

- Momentos cuadrupolares mucho mayores que los predichos por el modelo
- Deformando se pueden obtener tales momento cuadrupolares
- Modos colectivos de excitación: oscilaciones
- Modelo nuclear unificado

# Momento cuadrupolar

$$Q = Z \int d^3r (3z^2 - r^2) \rho(r)$$

Si es un elipsoide uniformemente cargado con  $Ze$

$$Q = \frac{2}{5} Z (b^2 - a^2), \quad b \parallel z$$

Con:

$$\bar{R} = (1/2)(a + b)$$

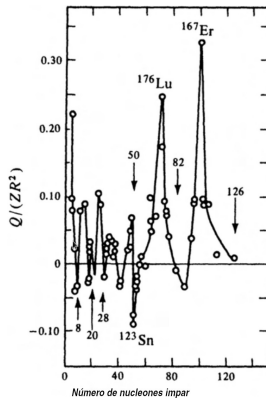
$$\Delta R = b - a$$

$$\delta = \bar{R} / \Delta R \text{ tenemos}$$

$$Q = \frac{4}{5} Z R^2 \delta$$

# Momentos cuadrupolares en el experimento

$$Q_{red} = \frac{Q}{ZR^2}$$
$$Q_{red} = \frac{4}{5} \delta$$



# Espectro rotacional

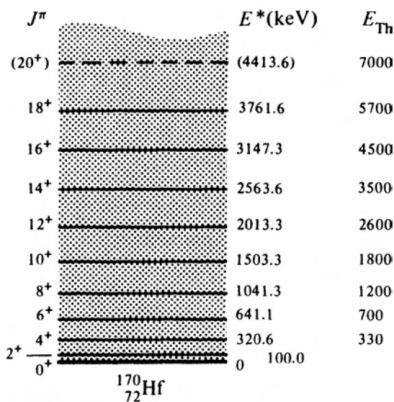
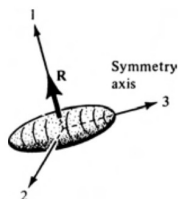


Figura: Espectro rotacional del núcleo deformado  $^{170}\text{Hf}$ , con valores de energía rotacionales obtenidos experimentalmente y teóricamente. Imagen tomada de [?] con fines educativos.

# Rotaciones



Rotación alrededor del eje 1

$$H_{rot} = \frac{R^2}{2\mathbb{I}}$$

Traduciendo a mecánica

cuántica:

$$\hat{H}_{rot}\psi = \frac{\hat{R}^2}{2\mathbb{I}}\psi = E\psi$$

$$\hat{R}^2 Y_J^M = J(J+1)\hbar^2 Y_J^M,$$

$$J = 0, 1, 2, \dots$$

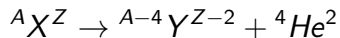
Con la paridad dada por  $(-1)^J$ , sólo se aceptan valores par de  $J$

$$E_J = \frac{\hbar^2}{2\mathbb{I}}J(J+1), \quad J = 0, 1, 2, \dots$$

# Lo que sabemos hasta ahora

- Los núcleos están compuestos por protones y neutrones
- Protones y neutrones sienten las fuerzas:  
electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil
- Núcleos de helio, electrones y fotones los hemos tratado,  
pero no hemos hablado más de ellos como radiación

# Decaimiento alfa



$$M_P c^2 = M_H c^2 + T_H + M_\alpha c^2 + T_\alpha,$$



# Análisis de energía

$$T_H + T_\alpha = (M(A, Z) - M(A - 4, Z - 2) - M(4, 2))c^2$$

$$T_H = \frac{1}{2}M_H v_H^2,$$

$$T_\alpha = \frac{1}{2}M_\alpha v_\alpha^2,$$

# Conservaciones

$$M_H v_H = M_\alpha v_\alpha,$$

$$\text{despejando, } v_H = \frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha$$

Por lo regular  $M_H \gg M_\alpha$ , entonces  $v_H \ll v_\alpha$ .

$$\begin{aligned} T_H + T_\alpha &= \frac{1}{2} M_H \left( \frac{M_\alpha}{M_H} v_\alpha \right)^2 + \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \\ &= \frac{1}{2} M_\alpha v_\alpha^2 \left( \frac{M_\alpha}{M_H} + 1 \right) \\ &= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H}{M_H} \end{aligned}$$

# Liberación de energía

$$\begin{aligned}T_H &= T_\alpha \left( \frac{M_\alpha + M_H}{M_H} \right) - T_\alpha \\&= T_\alpha \left( \frac{M_\alpha + M_H}{M_H} - 1 \right) \\&= T_\alpha \frac{M_\alpha + M_H - M_H}{M_H} = \frac{M_\alpha}{M_H} T_\alpha \lll T_\alpha\end{aligned}$$

# Diversas energías

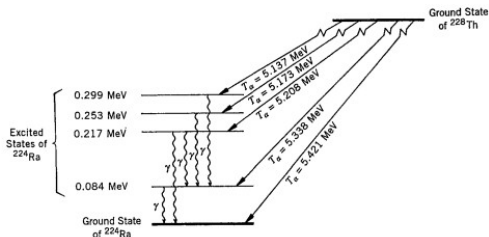
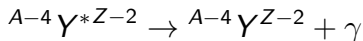
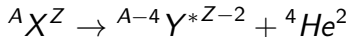
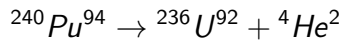


Figura: Decaimineto por emisión  $\alpha$  del  ${}^{228}\text{Th}^{90}$  al  ${}^{224}\text{Ra}^{88}$ . Imagen tomada de Das y Ferbel.

# Un ejemplo



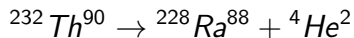
# Ejemplo

$$\begin{aligned} E &= (M(240, 94) - M(236, 92) - M(4, 2))c^2 \\ &= 94m_p + 146m_n + B.E.(240, 94) - 92m_p - 144m_n \\ &\quad - B.E.(236, 92) - 2m_p - 2m_n - B.E.(4, 2) \\ &= B.E.(240, 94) - B.E.(236, 92) - B.E.(4, 2) \\ &= -1813,4501 \text{ MeV} + 1790,4103 \text{ MeV} + 28,2956 \\ &\approx 5,2558 \text{ MeV} \end{aligned}$$

# Penetración de barrera

- Para  $A \approx 200$  barrera coulombiana de  $\sim 20 - 25 \text{ MeV}$
- La energía cinética del  $\alpha$  es  $\sim 5 \text{ MeV}$
- Decaimiento alfa es un fenómeno de tunelaje

# Penetración de barrera



- $\tau = 1,39 \times 10^{10}$  años
- $R = r_0(232)^{1/3} \text{ fm} \approx 7,37 \times 10^{-15} \text{ m}.$
-



# Coefficiente de transmisión

$$T = \frac{\frac{4k_1 k}{(k_1 + k)^2}}{1 + \left[ 1 + \left( \frac{\kappa^2 - k_1 k}{\kappa(k_1 + k)} \right)^2 \right]}$$

$$\text{con } k_1 = \left[ \frac{2M_\alpha}{\hbar^2} (E + U_0) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$k = \left[ \frac{2M_\alpha}{\hbar^2} E \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\kappa = \left[ \frac{2M_\alpha}{\hbar^2} (V_0 - E) \right]^{\frac{1}{2}}$$

# Possibilidad de penetración de la barrera

De afuera hacia adentro

$$T \approx 4 \times 10^{40}$$

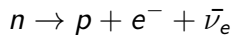
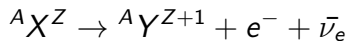
De adentro hacia afuera (constante de decaimiento  $\lambda$ )

$$\begin{aligned} P(\text{emisión } \alpha) &\approx \frac{v_\alpha}{R} T \approx 6 \times 10^{21} \frac{1}{\text{seg}} \times 4 \times 10^{-40} \\ &\approx 2,4 \times 10^{-18} \text{seg.} \end{aligned}$$

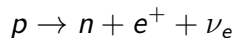
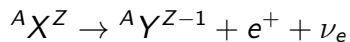
# Decaimineto Beta

- Fuerza nuclear débil
- Conservaciones de número bariónico y leptónico
- Características del neutrino
- Núcleo con exceso de neutrones

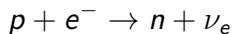
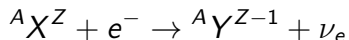
# Decaimiento Beta menos



# Decaimineto Beta más



# Captura electrónica



La constante en todos:  $\Delta A = 0$  y  $|\Delta Z| = 1$

# Conservación de energía

$$M(A, Z)c^2 = T_H + M(A, Z - 1)c^2 + T_{e^-} + m_e c^2 + T_{\bar{\nu}_e} + m_{\bar{\nu}_e} c^2$$
$$T_H + T_{e^-} + T_{\bar{\nu}_e} = M(A, Z)c^2 - M(A, Z - 1)c^2 - m_e c^2 - m_{\bar{\nu}_e} c^2$$

De esta forma

$$(M_P - M_H - m_{\nu_e})c^2 \geq 0$$
$$\approx (M_P - M_H)c^2 \geq 0.$$

Decaimiento  $\beta^+$

$$E = (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_e - m_{\nu})c^2$$
$$E = (M_P - M_H - 2m_e - m_{\nu_e})c^2$$
$$\approx (M_P - M_H - 2m_e)c^2$$

# Conservación de energía

Captura electrónica

$$\begin{aligned}E &= (M_P + m_e - M_H - m_\nu)c^2 \\E &= (M(A, Z) - M(A, Z - 1) - m_{\nu_e})c^2 \\&\approx (M(A, Z) - M(A, Z - 1))c^2\end{aligned}$$

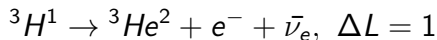
No se toman en cuenta las energías de ligadura de los electrones en las capas atómicas.



# Barrera centrífuga de potencial

- $L = 0$ , decaimiento  $\beta$  permitido
- $L > 0$ , decaimientos  $\beta$  prohibidos ( $L = 1$  primero prohibido,  $L = 2$  segundo prohibido, etc.)

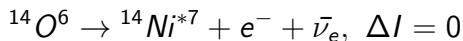
Un ejemplo



# Reglas de selección

- $J_f = J_i + L$ , es una transición de Fermi
- $J_f = J_i + L + 1$ , es una transición de Gamow-Teller

Ejemplo



# Estabilidad

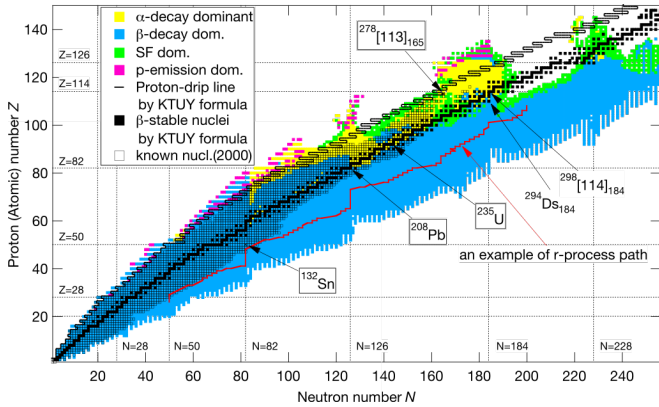


Figura: Tabla de nucleones. Imagen de Hiroyuki Koura en el dominio público

# Esquema de decaimientos $\beta$

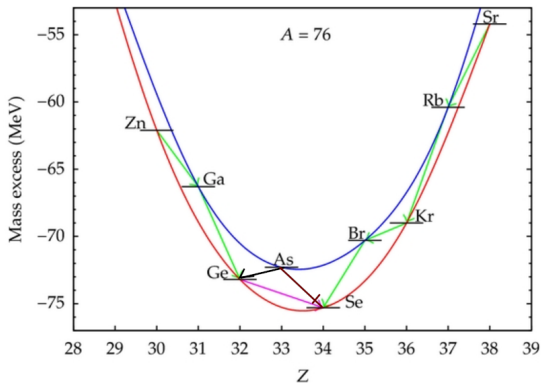


Figura: Excesos de masa para los isóbaros con  $A = 76$  que tienen decaimientos  $\beta$ . Imagen adaptada de [?] con licencia CC-BY 3.0

# Decaimiento $\gamma$

- Decaimiento a núcleos excitados
- Regresado a estado base emitiendo  $\gamma$
- Espacio entre niveles de  $\sim 50 \text{ keV}$

# Características del decaimiento $\gamma$

- El fotón con energía en el orden de  $MeV$
- Puede llevarse al menos una unidad de  $L$
- El núcleo pasa de un estado inicial  $E_i$  a uno final  $E_f$

# Análisis decaimiento $\gamma$

$$h\nu = E_i - E_f$$

La energía del foton = espaciamiento en niveles, pero qué sucede con la conservación de momento

$$\frac{h\nu}{c} = Mv,$$

# Análisis de energía

$$E_i - E_f = h\nu + \frac{1}{2}Mv^2$$

$$= h\nu + \frac{1}{2M} \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2$$

reacomodando  $h\nu = \left( E_i - E_f - \frac{h^2\nu^2}{2Mc^2} \right) = E_i - E_f - \Delta E_R,$



# Niveles de energía

$$\partial E = \Gamma$$

$$\tau \Gamma \approx \hbar$$

o diciéndolo de otra forma  $\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx$  incertidumbre en  $(E_i - E_f)$

$$\Delta E_R \ll \Gamma$$

# Un caso

- ${}^{50}\text{Ti}^{22}$
- $M \approx 46512,11 \text{ MeV}/c^2$
- $h\nu \gtrsim 100\text{keV} = 10^5\text{eV}$

## Un caso

$$\Delta E_R = \frac{(h\nu)^2}{2Mc^2} = \frac{(10^5 \text{ eV})^2}{2(46,512 \times 10^9 \text{ eV})} \approx 0,215 \text{ eV}$$

Considerando  $\tau = 10^{-12} \text{ seg}$

$$\Gamma \approx \frac{\hbar}{\tau} \approx \frac{6,582 \times 10^{-22} \text{ MeV} \cdot \text{seg}}{10^{-12} \text{ seg}} = 6,582 \times 10^{-4} \text{ eV}$$

# Efecto Mössbauer

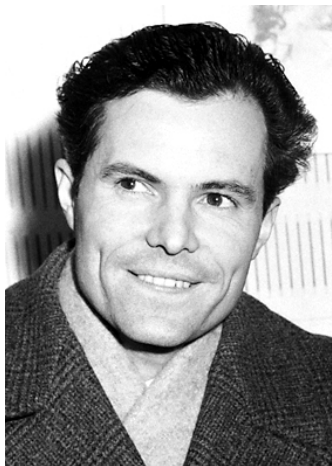


Figura: Rudolf Mössbauer

# Niveles de energía y decaimiento $\gamma$

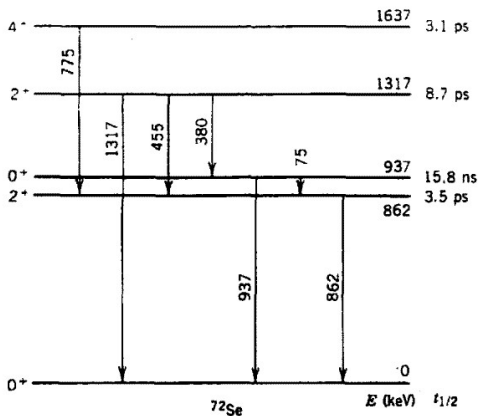


Figura: Niveles de energía para el  $^{72}\text{Se}^{34}$ . Tomado de [?]

# Conversión interna

- Sale un rayo  $\gamma$  del núcleo y excita un electrón del átomo
- Electrón de alta energía
- Espectro de energía cuantizado

# Leyes de decaimiento

- Tres tipos de decaimientos
- Tiempo tratado estadísticamente
- Probabilidad constante de decaimiento por segundo  $\lambda$

# Ley de decaimiento

$$dN = N(t + dt) - N(t) = -N(t)\lambda dt$$

$$\begin{aligned}\frac{dN}{N} &= -\lambda dt, \\ \int_{N_0}^N \frac{dN}{N} &= -\lambda \int_0^t dt, \\ \ln \frac{N(t)}{N_0} &= -\lambda t \\ N(t) &= N_0 e^{-\lambda t}\end{aligned}$$



# Escala de tiempo

- Tiempo de vida media  $t_{\frac{1}{2}}$

$$N(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{\frac{1}{2}}}$$

de otra forma  $\lambda t_{\frac{1}{2}} = \ln 2$

$$\text{entonces } t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

# Tiempo de vida media y tiempo promedio

$$\begin{aligned}\langle t \rangle = \tau &= \frac{\int_0^{\infty} tN(t)dt}{\int_0^{\infty} N(t)dt} \\ &= \frac{N_0 \int_0^{\infty} te^{-\lambda t} dt}{N_0 \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt} \\ &= \frac{\lambda^{-2}}{\lambda^{-1}} = \frac{1}{\lambda}\end{aligned}$$

De esta forma  $t_{\frac{1}{2}} = \tau(\ln 2)$ .

# Actividad

$$\mathcal{A} = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

- 1 desintegración por segundo =  $1 Bq$
- La actividad de  $^{226}Ra^{88}$ ,  $3,7 \times 10^{10} Bq = 1 Ci$
- Muestras con actividad en los  $mCi$  y  $\mu Ci$
- $1 rd = 10^6 Bq$

# Varios proceso

$$\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots$$
$$\frac{1}{t_{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_1} + \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_2} + \frac{1}{(t_{\frac{1}{2}})_3} + \dots$$

# Decaimientos en dos pasos

$$-\frac{dN_1}{dt} = \lambda_1 N_1$$
$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

$$N_1 = N_{10} e^{-\lambda_1 t}$$

$$N_2 = N_{10} \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} (e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t})$$

$$(t_{\frac{1}{2}})_2 \ll (t_{\frac{1}{2}})_1$$

# Ejemplo

- $^{226}\text{Ra}^{88}$
- Actividad inicial  $3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$
- Tiempo de vida media  
 $t_{\frac{1}{2}} = 1600 \text{ años} = 5,04576 \times 10^{10} \text{ seg.}$
- Actividad tras 500 años  $= 1,5768 \times 10^{10} \text{ seg.}$

## Calculo de la actividad

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = \mathcal{A}_0 e^{-\lambda t}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) = (3,7 \times 10^{10} \text{Bq}) e^{-\frac{\ln 2}{5,04 \times 10^{10} \text{seg.}} (1,57 \times 10^{10} \text{seg.})}$$

$$\mathcal{A}(t = 1,5768 \times 10^{10} \text{seg.}) \approx 2,3 \times 10^{10} \text{Bq}$$

# Radiación natural y artificial

- $^{238}\text{U}$  y  $^{232}\text{Th}$  con vidas medias en el orden de la edad del universo.
- $4,5 \times 10^9$  años y  $1,4 \times 10^{10}$  años
- ¿Qué pasaría si tuvieran vidas medias mucho más cortas?
- 1934 Pierre Joliot e Irene Curie bombardean  $\alpha$ 's del decaimiento del polonio bombardeando  $\text{Al}$ , producen  $^{30}\text{P}$
- $^{30}\text{P}$  decae por emisión de positrones con  $t_{1/2} = 2,5$  minutos.



# Envenenamiento por Polonio

- Alexander Litvinenko, miembro de la KGB
- 1998 acusó públicamente a sus superiores por el intento de asesinato a Boris Berezovski
- Berezovski era doctor en matemáticas aplicadas (1983)
- Importación de Mercedes, dueño de la cadena ORT
- Litvinenko noviembre del 2006,  $^{210}\text{Po}$